

**SECTION DE TECHNICIENS SUPERIEURS EN  
MECANIQUE ET AUTOMATISMES INDUSTRIELS.**

# **INITIATION AUX SYSTEMES ASSERVIS**



## CHAPITRE 1

# SYSTÈMES DE COMMANDE

*"- Quel est le type du moteur  
que vous utilisez ici ?  
- Un moteur à cinq chromes."*

Entendu à l'oral du B.T.S. M.A.I

Sous le vocable de système de commande, on regroupe de nombreuses structures parfois fort différentes, ainsi que l'utilisation de technologies variées.

Dans ce chapitre, nous allons préciser certaines définitions afin de bien situer la place des systèmes asservis linéaires - objet de ce cours - au sein des systèmes de commande.

## **1-1 SYSTÈMES LINÉAIRES ET SYSTÈMES NON-LINÉAIRES.**

### **1-1-1. DÉFINITION.**

Un système est dit linéaire si la fonction qui le décrit est elle-même linéaire. Cette dernière vérifie alors le principe de superposition : si une fonction  $F$  est linéaire, elle vérifie la relation :

$$F(\alpha e_1 + \beta e_2) = \alpha F(e_1) + \beta F(e_2)$$

Avec:  $e_1$  et  $e_2$  signaux d'entrée.  
 $\alpha$  et  $\beta$  constantes quelconques.

Dans le cas où le comportement du système considéré est décrit par une équation différentielle, celle-ci devra être linéaire pour que le système le soit.

La figure 1-1 ci-dessous illustre la propriété de linéarité.

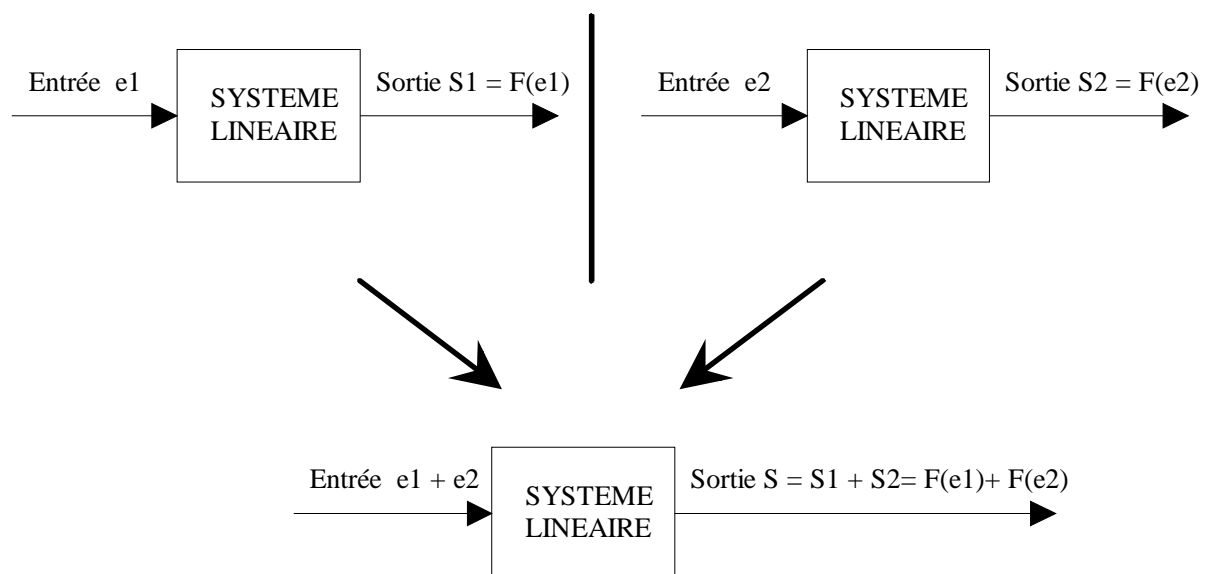


Fig. 1-1 : propriété de linéarité

**REMARQUE IMPORTANTE :** Les systèmes échantillonnés, très répandus en mécanique (commande numérique, carte d'axe, etc.) peuvent tout à fait être linéaires.

### 1-1-2. COURBE CARACTÉRISTIQUE D'UN SYSTÈME LINÉAIRE.

La courbe caractéristique d'un système est la représentation de la loi entrée/sortie EN RÉGIME PERMANENT : on soumet le système à une entrée, on attend un temps suffisant pour que la sortie soit stabilisée et on mesure la valeur de la sortie. C'est donc une courbe obtenue expérimentalement par mesures successives. Lorsque le système est suffisamment simple pour se prêter à la modélisation, on peut établir la caractéristique par le calcul en considérant également le régime permanent.

**La courbe caractéristique  $S = f(E)$  d'un système linéaire est une droite dans le plan  $S, E$ .**

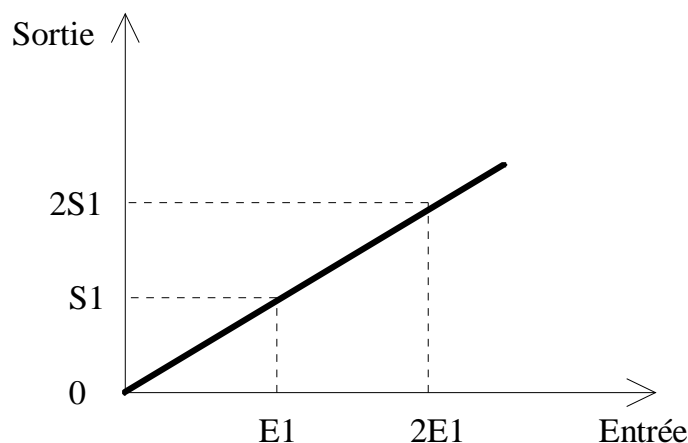


Fig. 1-2 : courbe caractéristique d'un système linéaire.

En général, le fonctionnement d'un système se décrit par une relation entre  $n$  variables. L'équation caractéristique est alors obtenue en choisissant une variable-entrée, une variable-sortie et en fixant toutes les autres variables (variables annexes) à une valeur donnée : la courbe caractéristique est la représentation de cette équation dans le plan des deux variables sélectionnées. En fixant successivement les variables annexes à différentes valeurs, on fait apparaître un réseau de courbes appelé famille de caractéristiques. Dans le cas d'un système linéaire, la famille de caractéristiques est un réseau de droites (caractéristique tension/vitesse d'un moteur C.C. par exemple, voir figure 1-6)

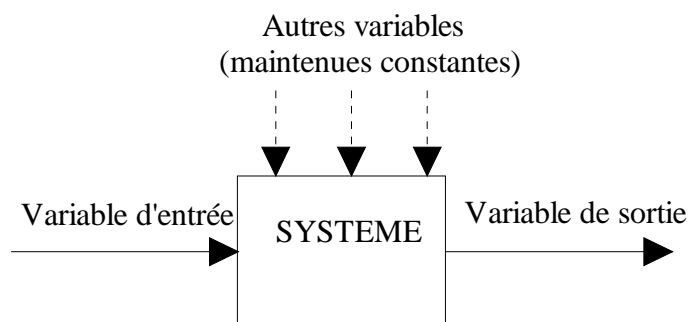


Fig. 1-3 : Système régi par  $n$  variables.

La courbe caractéristique est souvent représentée en coordonnées réduites et est appelée caractéristique réduite. Les coordonnées caractéristiques sont obtenues en divisant les deux variables par deux grandeurs de référence de mêmes unités. Les variables caractéristiques sont donc sans dimension. La grandeur de référence peut être, par exemple, la valeur maximale que peut atteindre la variable : c'est le cas pour les vannes de débit dont la grandeur de référence pour le débit sera le débit maxi  $Q_{\max}$ . La grandeur réduite est alors  $Q_r = Q/Q_{\max}$  évoluant entre 0 et 1 avec  $Q_r = 0$  : débit nul et  $Q_r = 1$  : débit maximum. Les coordonnées réduites permettent de comparer des systèmes similaires mais travaillant à des échelles différentes comme deux vannes de débit de calibres différents.

### 1-1-3. EXEMPLES DE SYSTÈMES LINÉAIRES.

#### 1-1-3-1. Amplificateur parfait de gain A.

L'ampli soumis à une tension d'entrée  $u(t)$  délivre une tension de sortie proportionnelle  $U(t) = A.u(t)$ . Soumis à une tension d'entrée  $2.u(t)$ , il délivrerait une tension de sortie  $2A.U(t)$ .

REMARQUE: la modélisation d'un ampli par un gain pur, suffisante pour les applications mécaniques, n'est plus valable si l'on travaille à fréquence élevée. Il est parfois nécessaire de le modéliser comme un système du premier ordre possédant une bande passante au-delà de laquelle le signal de sortie est très affaibli : c'est le cas de l'ampli de la chaîne stéréo qui ne répond plus à 20 kHz. Ceci ne l'empêche pas d'être linéaire dans la bande de fréquence inférieure.

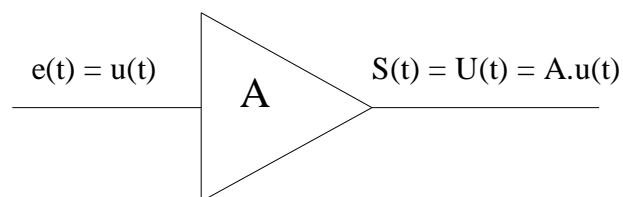


Fig. 1-4 : Amplificateur parfait.

#### 1-1-3-2. Moteur à courant continu.

On peut considérer qu'un moteur à courant continu est un système qui transforme une tension en vitesse.

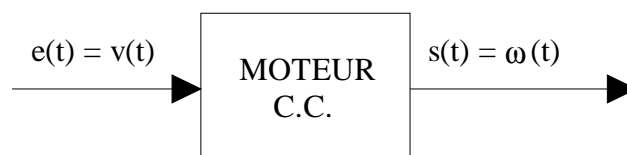


Fig. 1-5 : moteur à courant continu.

On montre que, pour un moteur à courant continu à commande d'induit et à aimants permanents, la relation entre la vitesse de rotation  $\omega(t)$  et la tension de commande  $v(t)$  est à couple constant : (avec  $R, f, K_c, K_t, J, L$  coefficients liés au moteur et au mécanisme).

$$v(t) = \frac{1}{K_T} \left[ (R.f + K_c.K_T).\omega(t) + (R.J + L.f) \frac{d\omega(t)}{dt} + L.J \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} \right]$$

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants de la forme :

$$v(t) = A.\omega(t) + B \frac{d\omega(t)}{dt} + C \frac{d^2\omega(t)}{dt^2}$$

Le régime permanent correspond à une vitesse stabilisée dont les dérivées sont nulles.

$$\omega(t) = C^{te} \Rightarrow \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} = 0$$

La relation en régime permanent se réduit alors à :  $v(t) = A.\omega(t)$  qui est une relation linéaire entre la commande en tension et la vitesse obtenue POUR UN COUPLE DONNE.

#### 1-1-4. NON-LINÉARITÉS.

On peut recenser quatre types usuels de non-linéarités : Le seuil, la saturation, l'hystérésis et la courbure. Ces quatre types se rencontrent en commande d'axe, parfois simultanément (voir servovalve)

En pratique, les constituants présentent des non-linéarités dans certaines plages des valeurs d'entrée et sont donc, rigoureusement parlant, non linéaires. Mais on les considère souvent comme linéaires par approximation : c'est la "linéarisation". L'ampli ou le moteur vus ci dessus sont modélisés comme tels, les résultats obtenus ensuite par le calcul étant satisfaisants dans la majorité des cas.

Les non-linéarités ne sont pas toujours négligeables : certains systèmes sont à la limite, ce qui peut entraîner un risque d'instabilité dans les systèmes bouclés. D'autres sont résolument non linéaires

Les non-linéarités sont parfois exploitées : c'est le cas de la saturation qui permet de limiter le courant dans un variateur de vitesse, par exemple.

Quelques cas typiques et usuels de composants non linéaires (mais souvent linéarisés) sont exposés dans les chapitres suivants.

##### 1-1-4-1. Seuil sur un moteur à courant continu.

La famille de caractéristiques est représentée Fig.1-6, pour différentes valeurs du couple, soit  $C1$ ,  $C2$  et  $C3$ . Dans le cas du moteur à vide (couple résistant  $C1$ ), le couple de frottement sec s'oppose à la mise en mouvement du rotor lors du démarrage. Tant que la commande est trop petite pour que le couple moteur soit supérieur au couple de frottement sec, le moteur est immobile (Le couple moteur est proportionnel à l'intensité du courant traversant les bobinages, elle-même limitée lorsque

la tension est faible). C'est une zone de non-linéarité. Dès que la commande dépasse le seuil  $V_{s1}$ , la caractéristique tension/vitesse du moteur est linéaire comme nous l'avons vu en 1-1-3-2.

Pour une tension de commande identique  $V_{com}$ , la vitesse obtenue est différente suivant la valeur du couple, respectivement  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$  pour  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ . On remarque que la caractéristique n'a pas de maximum ; en effet, un moteur C.C. ne possède pas de limitation intrinsèque de vitesse (sauf la destruction mécanique ou thermique !), cette dernière étant réalisée en pratique par le variateur associé au moteur.

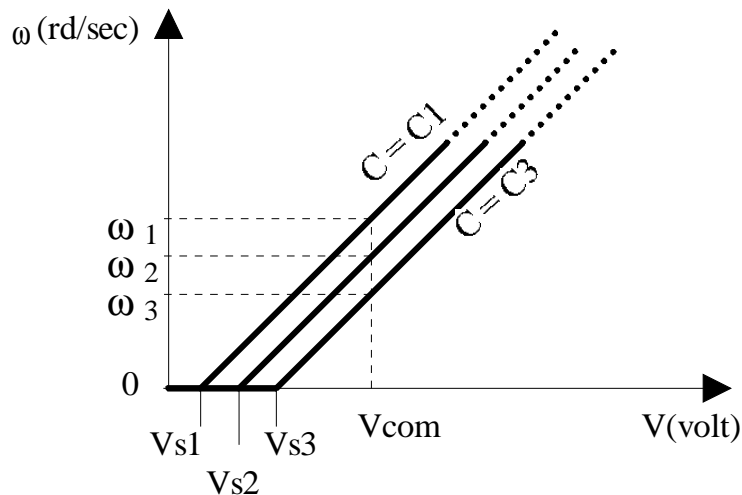


Fig.1-6: Famille de caractéristiques du moteur C.C.

#### 1-1-4-2. Saturation sur un amplificateur.

Pour tout système, il y a une limite de la grandeur d'entrée au-delà de laquelle la grandeur de sortie ne progresse plus : c'est la saturation en courant d'un amplificateur opérationnel par exemple. La fig. 1-7 donne l'allure de la partie positive de la réponse (soumis à une tension négative, l'ampli se comporte de la même manière avec saturation). Bien évidemment, la tension de sortie saturée sera toujours inférieure à la tension d'alimentation de l'amplificateur.

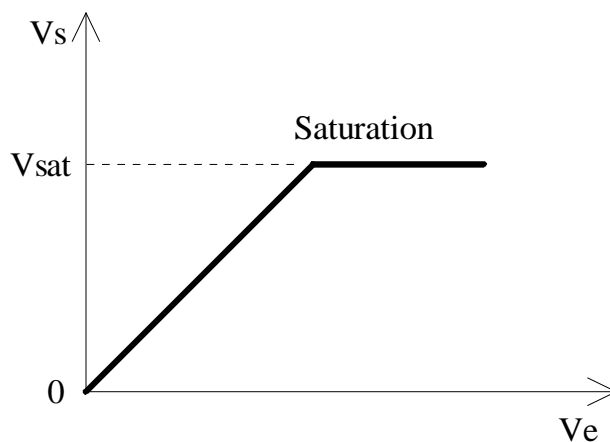


Fig.1-7: caractéristique en tension d'un amplificateur opérationnel.

### 1-1-4-3. Courbure et hystérésis sur une Servovalve.

Une servovalve est un composant qui fournit un débit hydraulique  $Q$  ( parfois une pression) proportionnel à un courant d'entrée  $I$ . Sur la courbe caractéristique, on observe :

- Un seuil : la servovalve comporte un tiroir soumis à des frottements.
- Une saturation : elle correspond à l'ouverture maximum de la valve.
- Une courbure : la caractéristique n'est pas exactement linéaire.
- Une hystérésis : une commande identique provoque un débit différent suivant qu'elle augmente ou qu'elle diminue.

La courbe est symétrique, car la servovalve autorise le passage du fluide dans les deux sens.

Pour donner un ordre de grandeur, une servovalve "moyenne" fournit un débit maximum  $Q_{\max} = 500 \text{ cm}^3/\text{s}$  pour un courant de commande de 10 mA, sous une pression maxi de 250 bars. La figure suivante montre l'allure de la courbe, avec un seuil compris entre 1% et 5% et une hystérésis inférieure à 5%.

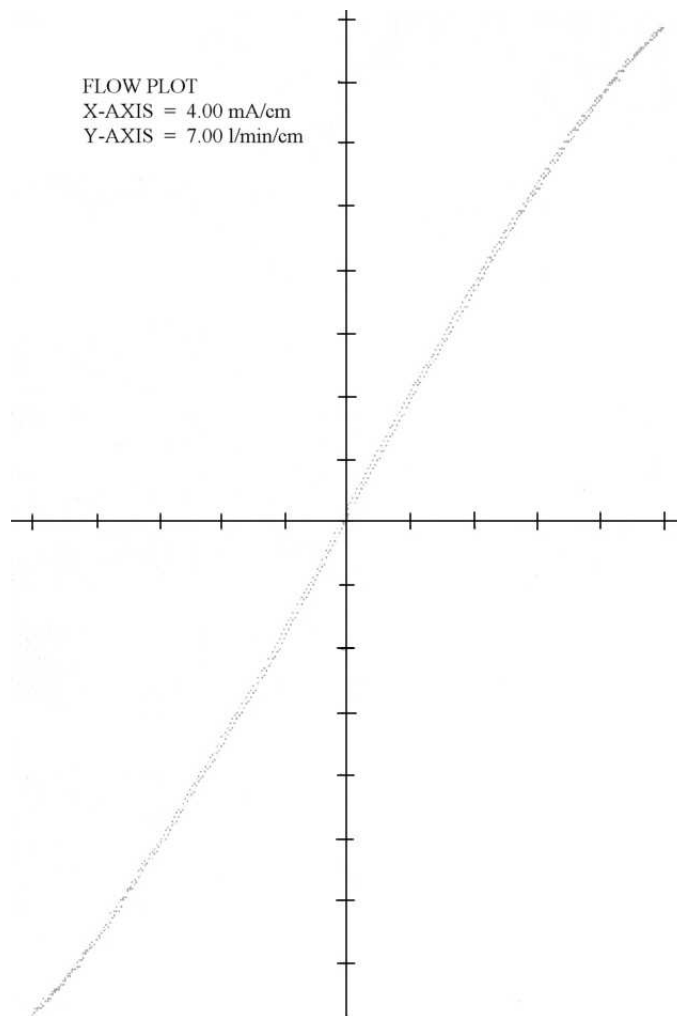


Fig. 1-8 : caractéristique débit-courant d'une servovalve MOOG 0076-104.



### 1-1-5. SYSTEMES LINÉARISABLES.

Certains processus sont non-linéaires mais réguliers : c'est le cas du mélange en ligne de produits liquides (chimie, pétrole, etc.).

#### Exemple : processus non linéaire mais linéarisable : mélange en ligne.

On désire obtenir un mélange homogène de deux produits A et B, défini par le pourcentage de produit A dans le mélange. Pour ce faire, on utilise deux vannes proportionnelles  $V_a$  et  $V_b$  identiques à commande électrique respectivement  $C_a$  et  $C_b$ . Les vannes possèdent des caractéristiques linéaires et peuvent fournir un débit qui varie entre 0 et  $Q_{max}$ . La vanne B détermine un débit de ligne variable, la vanne A devant être actionnée de manière à toujours obtenir le même mélange M.

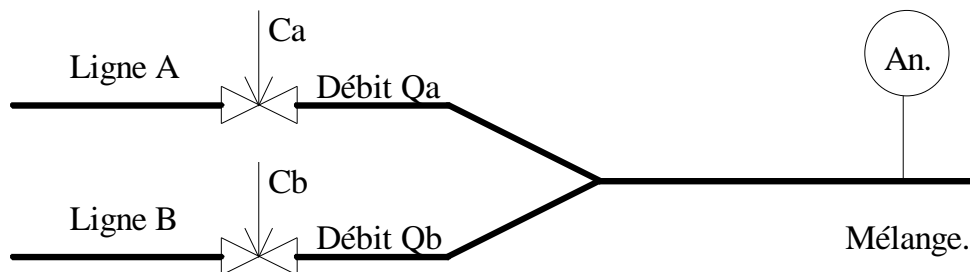


Fig. 1-9 : Mélangeur en ligne.

Les commandes électriques  $C_a$  et  $C_b$  varient entre 0 et  $C_{max}$  et les débits entre 0 et  $Q_{max}$ . Toutes les variables seront, par commodité, représentées en variables réduites qui évoluent entre 0 et 1. Ainsi, lorsque la vanne A est commandée par  $C_a = 0.5$  (sous-entendu 50% de  $C_{max}$ ), elle fournit un débit  $Q_a = 0.5$  (sous-entendu 50% de  $Q_{max}$ ).

En régime établi, la Quantité réduite M (mesurée par l'analyseur  $An$ ) de produit A dans le mélange est :

$$M = \frac{Q_a}{Q_a + Q_b} = \frac{C_a}{C_a + C_b} \quad \text{car les vannes sont linéaires.}$$

avec: 0% de produit A dans le mélange :  $M = 0$   
 100% de produit A dans le mélange :  $M = 1$

C'est une fonction de la forme  $y = \frac{x}{x + a}$ . Il n'est pas possible de remplacer cette courbe par une droite sans faire une grossière erreur. Une meilleure idée consiste à choisir un point de fonctionnement privilégié, à linéariser autour de ce point et à appliquer les résultats de la théorie linéaire en sachant qu'ils ne pourront en général pas s'extrapoler à d'autres points de fonctionnement.

La famille de caractéristiques exprimant la quantité  $M$  en fonction de  $Ca$  pour différentes valeurs de  $Cb$  est représentée Fig.1-10.

Choisissons un point de fonctionnement  $P = (0.3, 0.6)$   $Ca_0 = 0.3$  pour  $Cb = 0.2$  et linéarisons en ce point. (voir outils mathématiques § 1-1)

$$M = F(Ca) = \frac{Ca}{Ca + Cb} \quad \text{forme } \frac{u}{v} \quad \text{dont la dérivée est : } \frac{vu' - uv'}{v^2}$$

$$\text{On obtient : } F'(Ca) = \frac{Cb}{(Ca + Cb)^2}$$

$$\text{Au point choisi : } F'(Ca_0) = \frac{Cb}{(Ca_0 + Cb)^2} = \frac{0.2}{(0.2 + 0.3)^2} = 0.8$$

Finalement la relation linéarisée entre  $M$  et  $Ca$  s'écrit :  $\Delta M = 0.8 \Delta Ca$  autour du point  $P$ .  
Nous verrons bientôt que le coefficient 0.8 s'appelle le gain statique du système.

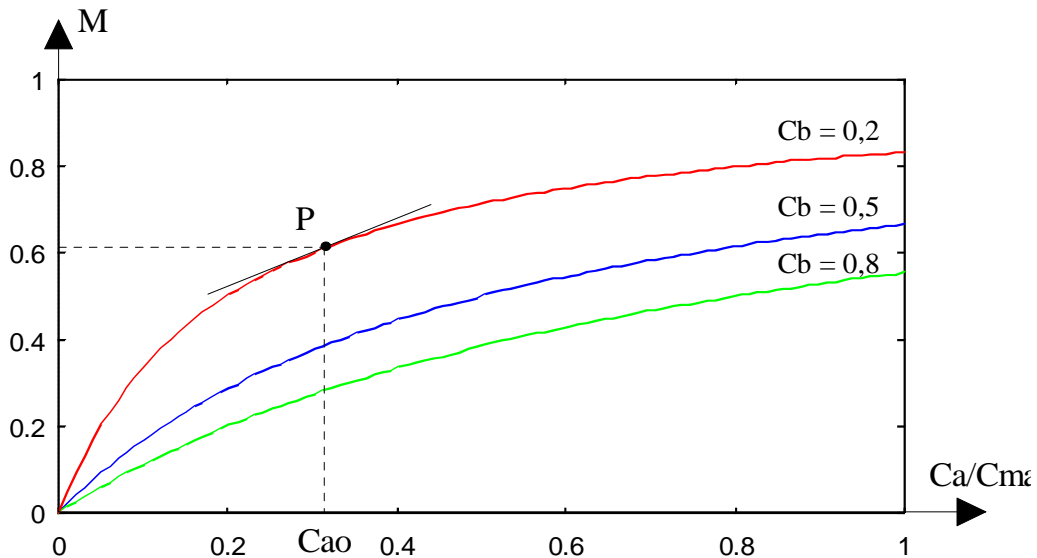


Fig. 1-10 : Caractéristiques du mélangeur en ligne.

Par exemple, pour une entrée  $Ca = 0.36$  (point  $P'$  sur la FIG.1-12), la relation linéaire donne :

$$\Delta M = K \Delta Ca = 0.8(0.36 - 0.3) = 0.8 \times 0.06 = 0.048$$

$$\text{donc } M' = M + \Delta M = 0.6 + 0.048 = 0.648 \quad \text{soit un taux de } A = 64.8\%$$

$$\text{La relation non linéaire donnait : } M' = F(0.36) = 0.6428 \quad \text{soit un taux de } A = 64.28\%$$

L'erreur commise dans ce cas est inférieure à 1%

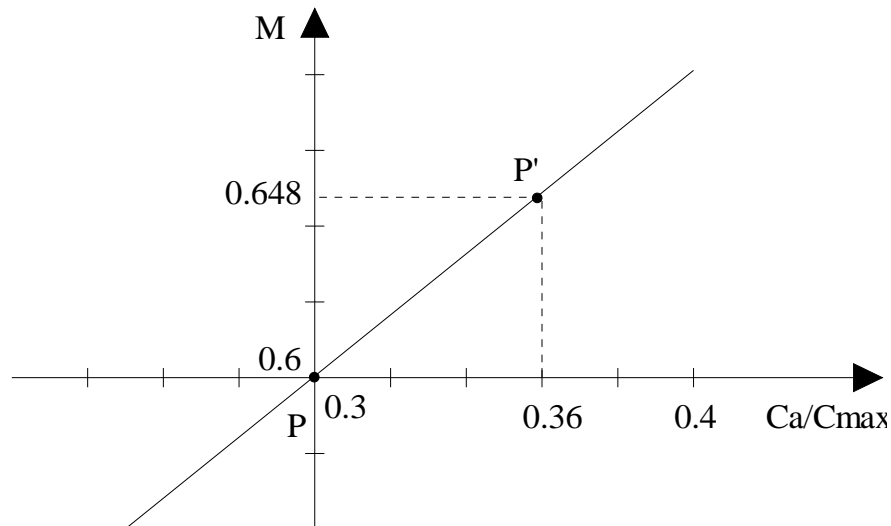


Fig. 1-11 : Caractéristique linéarisée autour de P du mélangeur en ligne.

#### 1-1-5. SYSTEMES NON-LINÉAIRES.

##### Exemple : relais à deux positions.

Si l'on considère un constituant dont la valeur de la sortie possède une grandeur constante et indépendante de la grandeur de l'entrée au signe près, on obtient par exemple la caractéristique Figure 1-12. C'est un fonctionnement en plus ou moins qui est non-linéaire et NON LINÉARISABLE. Il peut se combiner avec d'autres non-linéarités (seuil, hystérésis, etc.) et entraîne l'obligation d'utiliser des méthodes de calcul sortant du cadre de ce cours.

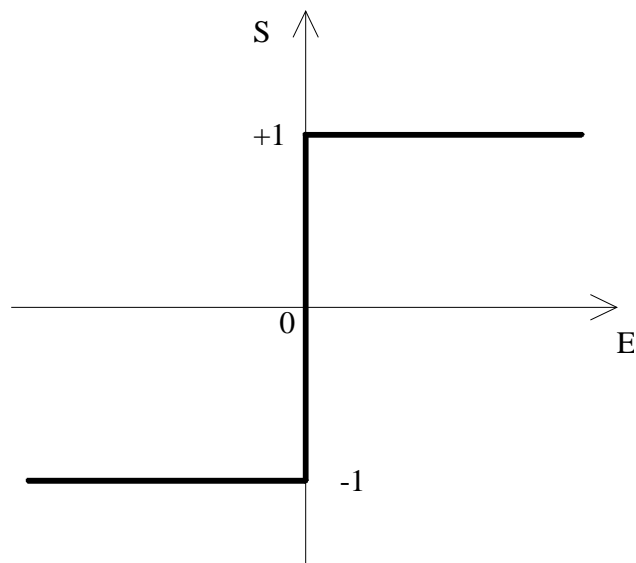


Fig. 1-12 : non-linéarité en plus ou moins.

## **1-2 SYSTEMES BOUCLES ET SYSTEMES NON BOUCLES.**

### **1-2-1. SYSTEMES NON-BOUCLES.**

De très nombreux systèmes mécaniques sont non-bouclés : on dit qu'ils fonctionnent en CHAÎNE DIRECTE. Cette notion se comprend facilement de manière intuitive, un système non bouclé étant un système qui ne contrôle pas la manière dont l'ordre a été exécuté. La structure classique d'une commande en chaîne directe est représentée Fig.1-13.

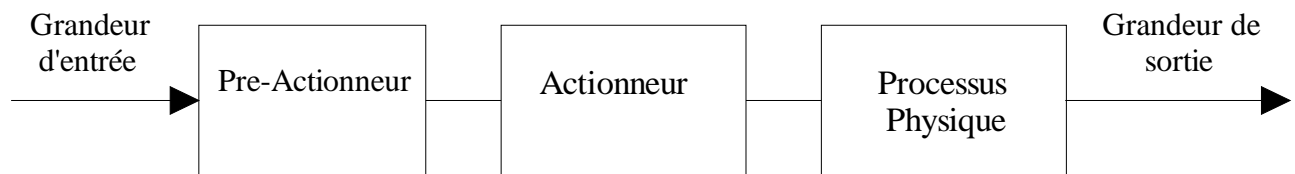


Fig.1-13. Commande en chaîne directe.

Prenons l'exemple d'un système de commande en vitesse à base de moteur à courant continu : on rappelle que ce type d'actionneur est commandé par une tension  $v(t)$  et qu'il fournit une vitesse proportionnelle à la tension de commande

Pour une commande  $v(t) = v_0$ , la vitesse obtenue au bout d'un certain temps c.à.d. en régime permanent est  $\omega(t) = \omega_0$  constante en l'absence de perturbation : le moteur tourne à la vitesse désirée.

- Si le couple à fournir varie peu ou si une vitesse précise n'est pas recherchée, un tel système de commande est satisfaisant.

- Par contre, si le couple à fournir varie suffisamment ( la charge augmente par exemple ) la vitesse va varier ( elle diminue dans ce cas :  $\omega(t) < \omega_0$  ) et le moteur ne tournera plus à la vitesse désirée alors que la commande  $v(t) = v_0$  est inchangée par ailleurs. Si un contrôle précis de la vitesse est recherché, ce système de commande n'est pas satisfaisant.

Ce problème est identique à celui du conducteur automobile qui aborde une côte :

- S'il ne change pas la position de l'accélérateur (COMMANDE), la voiture va ralentir.

Ce processus correspond au cas ci-dessus : système non-bouclé.

- Si le conducteur désire maintenir sa vitesse constante à une valeur (CONSIGNE) donnée, il va lui falloir :

MESURER que la vitesse a varié (capteur).

COMPARER la vitesse réelle avec la consigne.

MODIFIER la commande de l'accélérateur en fonction de L'ECART entre la vitesse actuelle et la consigne.

Ce processus correspond maintenant à un système bouclé : les performances ont augmenté.

**REMARQUE:** En réalité, le conducteur va détecter la présence de la côte avant que le véhicule ne s'y engage et va anticiper la commande d'accélérateur. Il va accroître cette dernière avant que la vitesse n'ait diminué, ce qui va permettre la montée de la côte à vitesse constante. Ce processus correspond à une commande avec **CORRECTION PAR ANTICIPATION** : les performances ont encore augmenté.

### Propriétés générales des systèmes non-bouclés.

a) Le terme de non-bouclage s'applique à la grandeur commandée. Il existe des systèmes dits non-bouclés mais qui contiennent quand même une boucle de régulation d'une grandeur autre que la grandeur commandée : c'est le cas du positionnement en chaîne directe avec moteur C.C. pour lequel la vitesse et le courant sont souvent asservis par le variateur.

b) Les performances des systèmes non-bouclés sont limitées :

- \* Si la valeur visée est dépassée, le système ne peut pas corriger l'erreur.
- \* Si une perturbation extérieure déplace le mobile, le système ne peut pas se recalibrer.
- \* La dynamique n'est pas maîtrisée. C'est principalement pour cette raison que l'on ajoute une boucle de vitesse et de courant.

c) Les systèmes non-bouclés sont simples à commander et moins onéreux que les systèmes bouclés. Contrairement à ces derniers, ils ne sont jamais instables.

### 1-2-2. SYSTEMES BOUCLES- SYSTEMES ASSERVIS- SERVOMECHANISMES.

On peut définir un système asservi en trois points :

a) C'est un système à retour : L'évolution de la grandeur de sortie est surveillée au moyen d'un capteur qui la transforme en une grandeur image appelée retour.

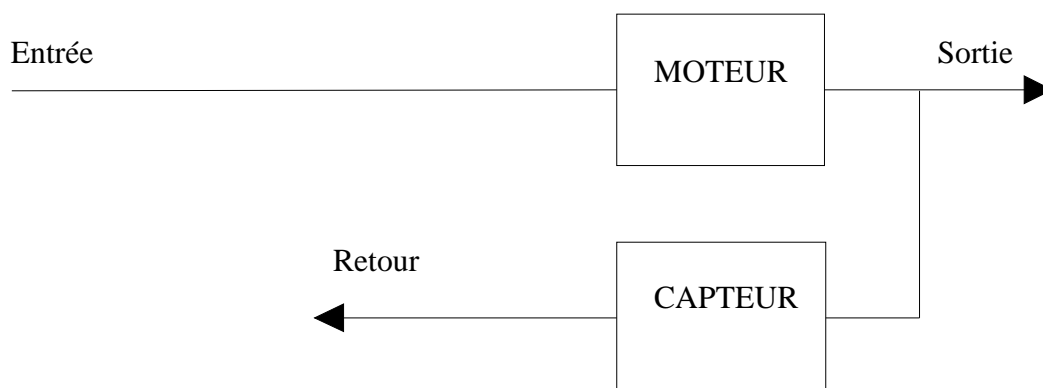


Fig.1-14: système à retour.

b) C'est un système générateur d'écart : La grandeur de retour, image de la sortie, est comparée à la grandeur d'entrée par élaboration de la différence ou écart. Le but de l'asservissement est d'annuler en permanence cet écart, de manière à ce que la sortie suive l'entrée. La sortie est alors asservie à l'entrée.

REMARQUE 1 : La grandeur de retour doit être de même nature que la grandeur d'entrée (une tension par exemple) et à même échelle pour que la comparaison ait un sens.

REMARQUE 2 : L'emploi du terme "écart" est préférable à celui du terme "erreur" qui est abusif car un système asservi, de par son fonctionnement, génère un écart sans pour autant que l'on puisse parler d'erreur.

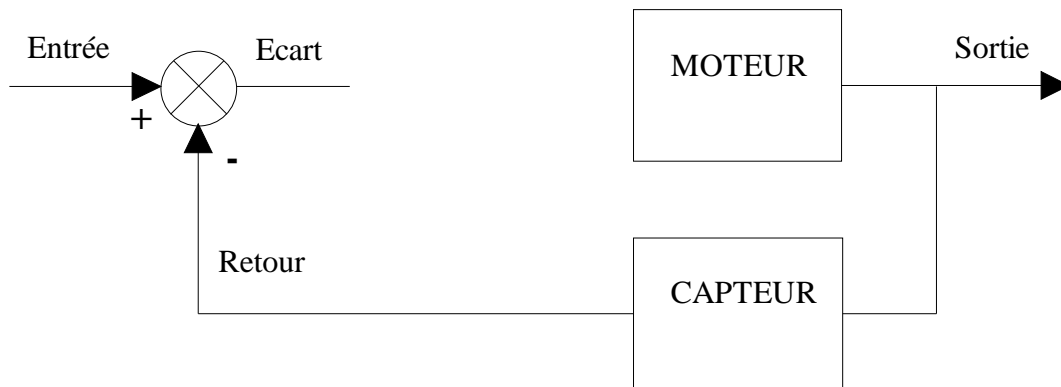


Fig.1-15: système générateur d'écart.

b) C'est un système amplificateur : L'écart est une grandeur faible et lorsqu'on se rapproche du but elle devient insuffisante pour maintenir un signal de puissance en sortie. L'écart est donc amplifié.

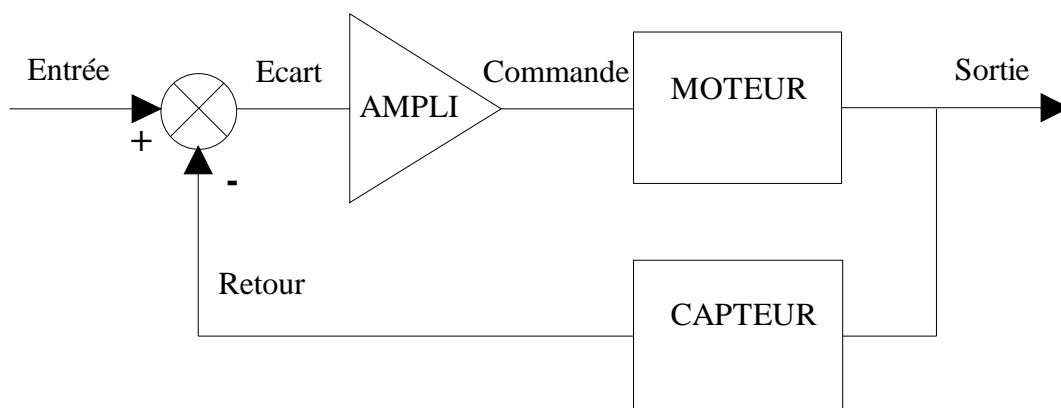


Fig.1-16 : système asservi.

### **Servomécanisme.**

Un système asservi est appelé servomécanisme lorsque la grandeur contrôlée est une grandeur mécanique : Position, Vitesse, Couple, Effort, etc.

Ceci en opposition avec les asservissements de grandeurs non-mécaniques telles que Température, courant, etc.

La machine-outil et la robotique sont les domaines privilégiés d'application des servomécanismes, à un tel point que la dénomination "commande d'axe" s'utilise de plus en plus pour désigner les servomécanismes correspondants.

Ainsi, les termes "asservissement de position" et "servomécanisme de position" sont synonymes.

En tant que mécaniciens, nous nous intéresserons principalement aux servomécanismes. Il n'en reste pas moins que les méthodes développées dans le cours sont de portée générale et s'appliquent à toutes les sortes d'asservissements linéaires et non-échantillonnés.

## **1-3 EXEMPLES DE SYSTEMES DE POSITIONNEMENT.**

### **1-3-1. POSITIONNEMENT PAR MOTEUR ASYNCHRONE.**

Le moteur asynchrone se caractérise surtout par sa simplicité, sa robustesse et son coût modique. Sa vitesse est déterminée par la fréquence du courant d'alimentation et n'est pas réglable simplement : c'est la vitesse nominale pour le couple nominal. Pour la faire varier, il faut utiliser soit un onduleur qui est un variateur de fréquence dont le coût est élevé soit un gradateur dont les performances sont limitées.

Le démarrage d'un moteur asynchrone provoque un appel de courant important sur le secteur : on y remédie en utilisant un câblage approprié ( étoile-triangle, statorique, etc..) ou un composant spécialisé ( Démarreur )

EXEMPLE: Chaîne de traitements de surface.

Chaque poste de traitement est muni d'un capteur T.O.R. En fonction du cycle, l'automate émet des ordres T.O.R. pour avancer ou reculer. Lorsque la destination visée est atteinte le capteur correspondant est activé et l'automate ordonne l'arrêt du moteur. Un démarreur permet de limiter les à-coups et l'appel de courant lors du démarrage.

Matériel typique : démarreur pour moteur asynchrone TELEMECANIQUE GRADIVAR.

**SYSTEME NON ASSERVI.**

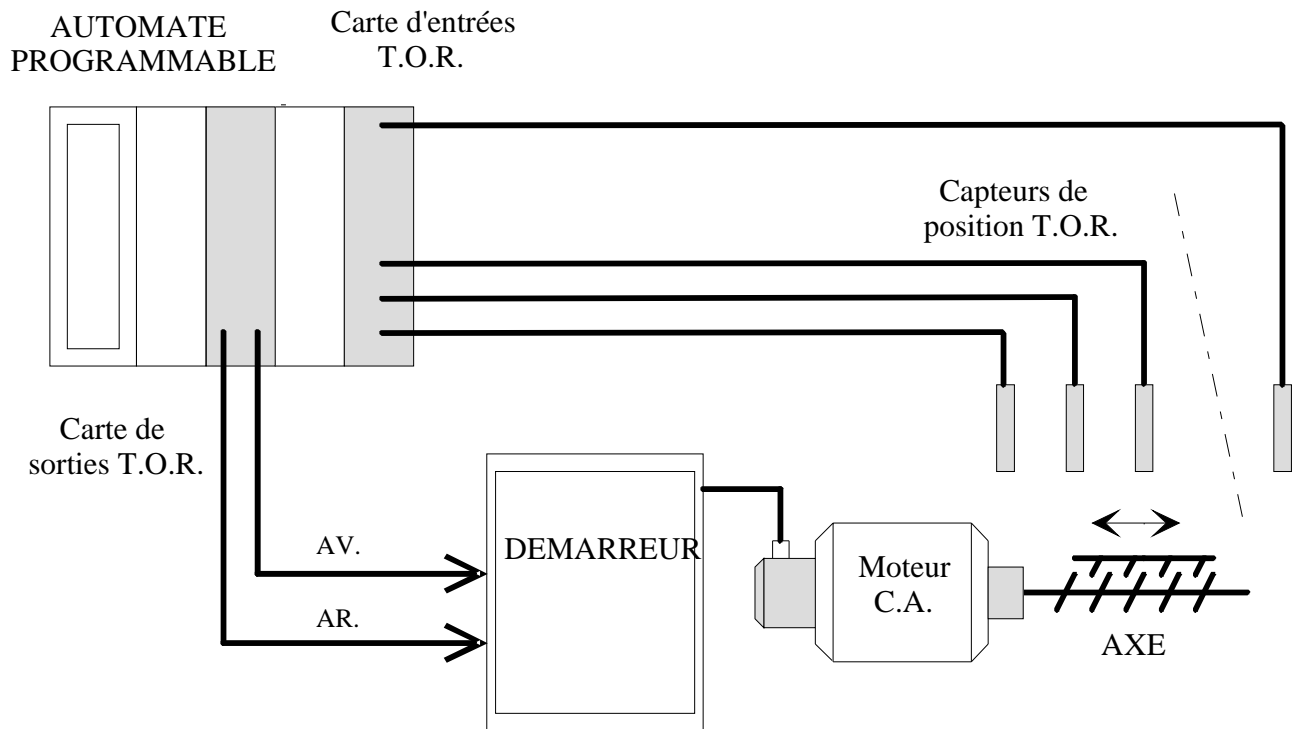


Fig.1-17: positionnement simple par moteur asynchrone.

Plusieurs variantes de ce système sont possibles suivant les cas de figure :

- \* Avec moteur à deux vitesses, permettant un arrêt plus précis et plus doux en vitesse lente. Il faut alors un ou deux capteurs supplémentaires par poste ou, mieux, un codeur.
- \* Sans démarreur si l'appel de courant est supportable par le réseau.
- \* Avec variateur. Le démarreur est alors inutile.
- \* En remplaçant les détecteurs T.O.R. par un codeur incrémental ou un système de disque à trous. Il faut alors ajouter une carte de comptage rapide.

### 1-3-2. POSITIONNEMENT PAR MOTEUR PAS A PAS.

Sommairement, un moteur pas à pas tourne d'un angle proportionnel au nombre d'impulsions qu'on lui fournit. Le contrôle du nombre d'impulsions permet l'obtention d'un déplacement angulaire précis. La fréquence des impulsions détermine la vitesse de rotation. La chaîne de commande comporte au moins trois modules fonctionnels : un indexeur qui gère les déplacements en générant une suite d'impulsions de fréquence donnée, un translateur qui commande le module de puissance qui, lui-même, contrôle le moteur. Ces modules peuvent être séparés ou intégrés ensemble et de nombreuses architectures sont possibles.



EXEMPLE: indexeur programmable.

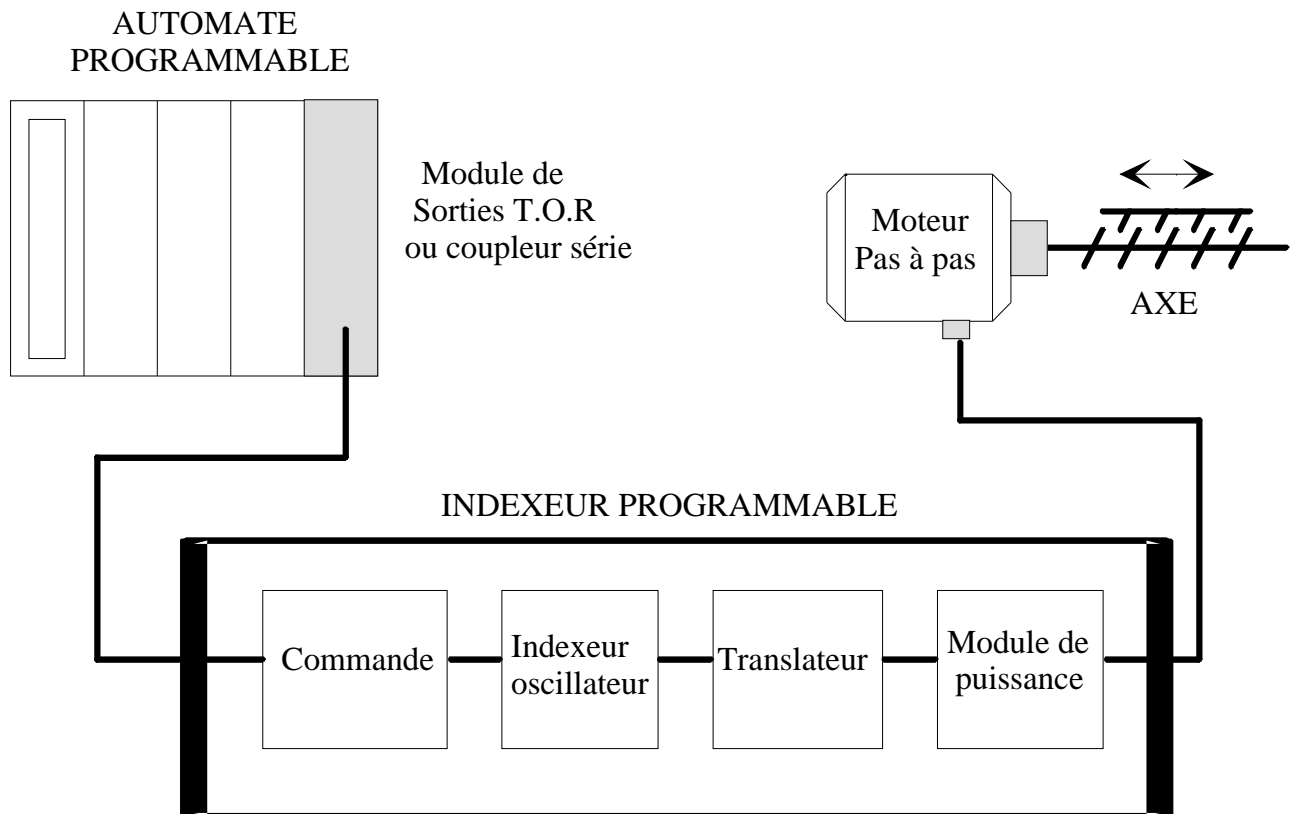


Fig. 1-18 : Positionnement en boucle ouverte avec moteur pas à pas.

L'indexeur programmable est un module entièrement intégré possédant une commande programmable. Cette architecture est la plus simple pour l'utilisateur, le fonctionnement étant complètement transparent. L'indexeur communique avec l'extérieur par liaison série, liaison parallèle, et entrées/sorties T.O.R. programmables.

Matériel typique : Commande numérique pour moteurs pas à pas SIGEAX 316 PP, ensemble indexeur programmable SLO-SYN de chez Superior Electric (qui, au passage, est le constructeur qui a breveté le premier modèle de moteur pas à pas à la fin des années cinquante). Certains fabricants proposent des cartes automate de contrôle de moteur pas à pas : Carte SIEMENS IP 247 qu'il faut associer à un indexeur-translateur.

Fonctionnement: L'indexeur est programmé au moyen d'un terminal spécialisé, d'un micro ordinateur + logiciel ou d'un automate équipé d'un module de communication série. Le programme contient le cycle complet ainsi que les paramètres de déplacement tels que vitesse, accélération, décélération, nombres de pas à effectuer, etc.

L'indexeur programmable est autonome et l'automate se contente d'envoyer des ordres T.O.R. de départ et d'arrêt et de recevoir des comptes-rendus également T.O.R.

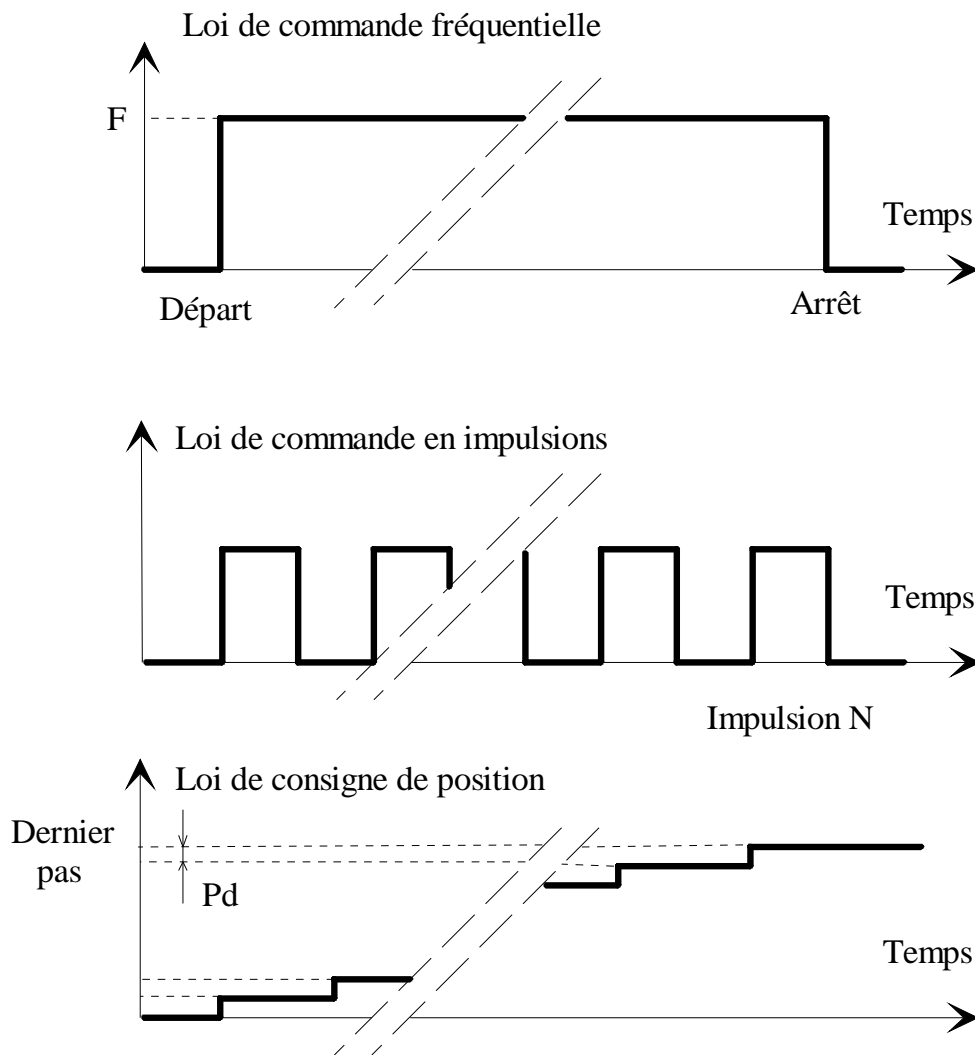


Fig.1-19: Lois de commande pour moteur pas à pas.

La Fig.1-19 décrit le fonctionnement simplifié (à vitesse constante) de l'indexeur :

L'oscillateur génère une loi de commande à fréquence constante  $F$  correspondant à une suite d'impulsions. Le translateur, à partir de ces impulsions, génère la commande électrique du moteur. Chaque impulsion provoque un déplacement de un pas  $P_d$ . Le contrôle des déplacements s'effectue par comptage des impulsions de l'oscillateur, un déplacement  $D$  correspondant à un nombre  $N$  de pas qui lui-même correspond à un nombre d'impulsions  $N$ . A la  $N$ ème impulsion, l'indexeur stoppe le moteur. IL Y A DONC ABSENCE DE CONTROLE DIRECT DU DEPLACEMENT ( pas de capteurs sauf, éventuellement, fins de course.) Si le système perd des pas, la compensation est impossible.

**SYSTEME NON ASSERVI.**

### 1-3-3. POSITIONNEMENT PAR MOTEUR C.C. ET CARTE PROGRAMMABLE.

Le fonctionnement est le suivant : Le coupleur de positionnement gère de manière autonome les déplacements de l'axe en fonction d'un programme défini par l'utilisateur. Il possède des entrées adaptées a un codeur incrémental ( Voies A, B et Z ), un compteur haute fréquence et des sorties T.O.R. Le codeur incrémental fournit deux signaux de comptage A et B décalés de  $1/4$  de période pour discriminer le sens de rotation, le passage du comptage au décomptage s'effectuant automatiquement, et un top zéro qui permet la prise d'origine. Les sorties T.O.R. commutent en fonction du contenu du compteur (position du mobile) et du programme interne. Les constructeurs d'automates programmables proposent tous ce type de carte dans leur catalogue avec, pour certaines, des fonctionnalités spécifiques. Les fréquences de comptage vont de quelques dizaines de kHz à 500 kHz en standard.

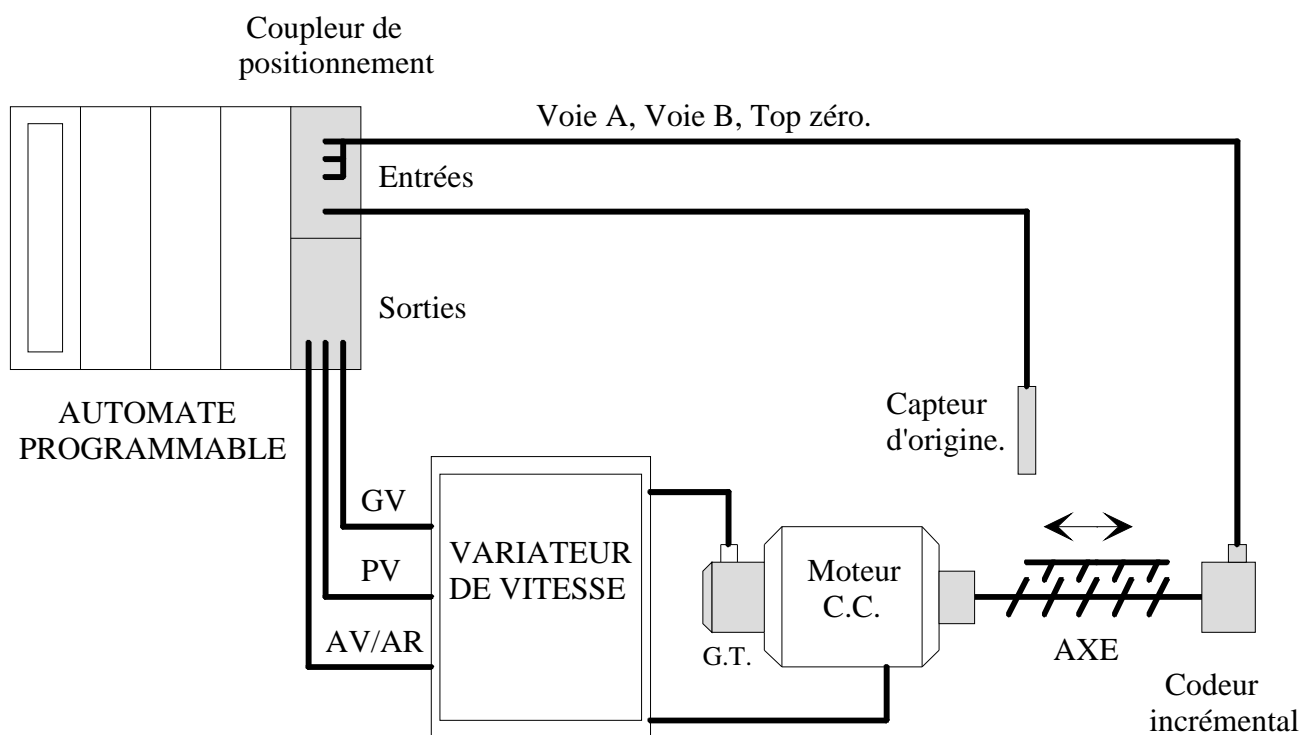
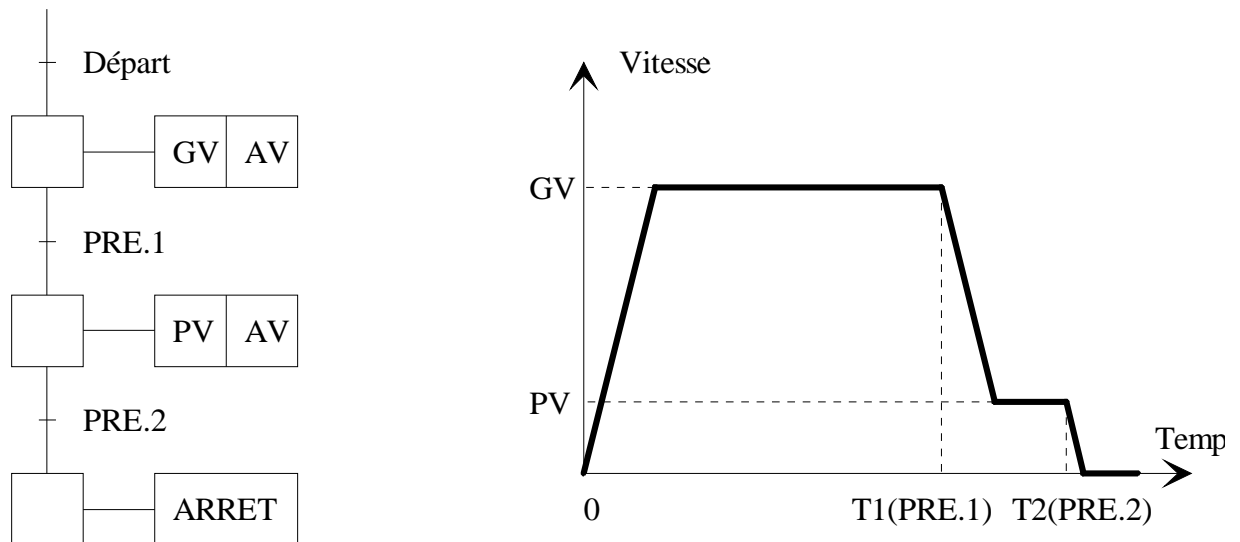


Fig.1-20 : Positionnement en chaîne directe avec moteur C.C.

La loi de commande usuellement associée à cette architecture est une loi simple dite EN TRAPEZE. On y adjoint le plus souvent un palier de ralentissement qui ralentit le cycle mais qui améliore la précision de positionnement. Cette loi est générée par le variateur car le coupleur de positionnement n'émet que des ordres T.O.R. (Voir Fig.1-21)



ORDRES EMIS PAR LE COUPLEUR

LOI DE COMMANDE GENEREE  
PAR LE VARIATEUR

Fig.1-21: Loi de commande en vitesse trapézoïdale avec recalage.

**SYSTEME NON ASSERVI.**

L'évolution réelle de la vitesse obtenue diffère évidemment de la loi de commande spécifiée : temps de réponse, écarts, etc. La vitesse obtenue dépend, entre autres, des caractéristiques mécaniques de l'axe.

Détaillons mieux le cycle :

- Sur ordre du programme automate un cycle de déplacement est lancé : le coupleur émet les ordres GV et AV à destination du variateur.
- Le variateur commande le moteur en émettant une rampe de vitesse jusqu'à ce que la vitesse rapide soit atteinte. La valeur des vitesses (rapide et lente) est pré réglée par l'utilisateur. Certains variateurs permettent le pré réglage de la rampe de démarrage et de la rampe d'arrêt (qui peuvent être différentes) par choix du temps de montée.
- Le coupleur compte les impulsions délivrées par le codeur. Lorsque cette valeur atteint une présélection PRE.1 correspondant au point de ralentissement, il émet les ordres PV et AV.
- Le variateur commande le passage du moteur en vitesse lente. La pente de la vitesse, négative, est limitée comme au démarrage.
- Lorsque la valeur PRE.2 est atteinte par le compteur, le coupleur émet un ordre d'arrêt : le variateur commande l'arrêt du moteur. Le cycle de déplacement s'achève à l'arrêt effectif du mobile.

On conçoit aisément que le mobile ne s'arrête pas immédiatement ( il faudrait une accélération infinie ! ) et que la distance parcourue avant l'arrêt effectif est très dépendante de la charge. Il faut donc ordonner l'arrêt un peu avant que la position désirée ne soit atteinte pour finir le déplacement sur l'inertie du système. La qualité de la réalisation mécanique et l'utilisation éventuelle d'un moteur avec frein améliorent les performances. La phase de vitesse lente doit être la plus courte possible pour limiter l'augmentation de temps de cycle.

Le nombre de points d'arrêt peut être plus important : PRE.3, PRE.4,.....,PRE.n et les cycles multiples ( cas d'une chaîne linéaire de traitements de surface par exemple).

**REMARQUE:** On peut observer une boucle variateur/moteur/génératrice tachymétrique appelée boucle de vitesse dont le but est d'améliorer les performances du système. La vitesse est donc asservie dans cet exemple. De plus, il existe une boucle de courant interne au variateur. Enfin, il existe un retour (codeur) donnant en temps réel la position du mobile. La différence entre système bouclé et système non-bouclé est ici plus difficile à faire que dans les cas précédents, car l'architecture matérielle employée est quasiment la même que celle d'un système bouclé en position (et le prix s'en approche !). Strictement parlant, le contrôle de la position s'effectue en boucle ouverte c.à.d. que la position n'est pas asservie.

#### 1-3-4. ASSERVISSEMENT DE POSITION AVEC MOTEUR C.C.

Le Système possède une structure ressemblant à celle vue en 1-3-3. La ressemblance s'arrête là, car la carte de commande installée sur l'automate est une carte d'axe qui est capable de comparer en permanence la position du mobile à la consigne contenue dans son programme. En fonction de l'écart constaté, la carte élabore un signal analogique continûment variable de commande de la vitesse du moteur (une tension, en général). Le variateur contrôle cette vitesse au moyen de la boucle Génératrice tachymétrique- variateur-moteur.

La carte est configurée en fonction des paramètres de l'axe à asservir : résolution codeur, accélération, décélération, vitesse maxi, etc..

**Fonctionnement:** Les déplacements successifs à effectuer sont mémorisés par programmation dans la carte d'axe (programmation type commande numérique). A chaque déplacement élémentaire (  $\Delta x$  : aller de x en x' ) un générateur de consigne génère une loi de consigne en position parabolique telle que la loi théorique de commande en vitesse soit une loi en trapèze sur le parcours indiqué en respectant les paramètres utilisateur tels que l'accélération (a), la décélération (d), la vitesse maximum (Vmax), etc.

La loi de commande en vitesse est trapézoïdale en standard, certains fabricants proposant des lois de commande plus sophistiquées, comme la loi cubique. Le variateur possède deux boucles asservies : une boucle interne en courant réglée par le constructeur qui permet de contrôler le courant et donc le couple moteur, et une boucle de vitesse utilisant le retour tachymétrique.

L'asservissement complet possède donc trois boucles imbriquées : Vitesse-position-courant.

**Matériel typique :** Carte de positionnement numérique APRIL AXI 0010, carte d'axe SIEMENS SIMATIC S5 IP 246, carte coupleur TELEMECANIQUE TSX AXM 172.

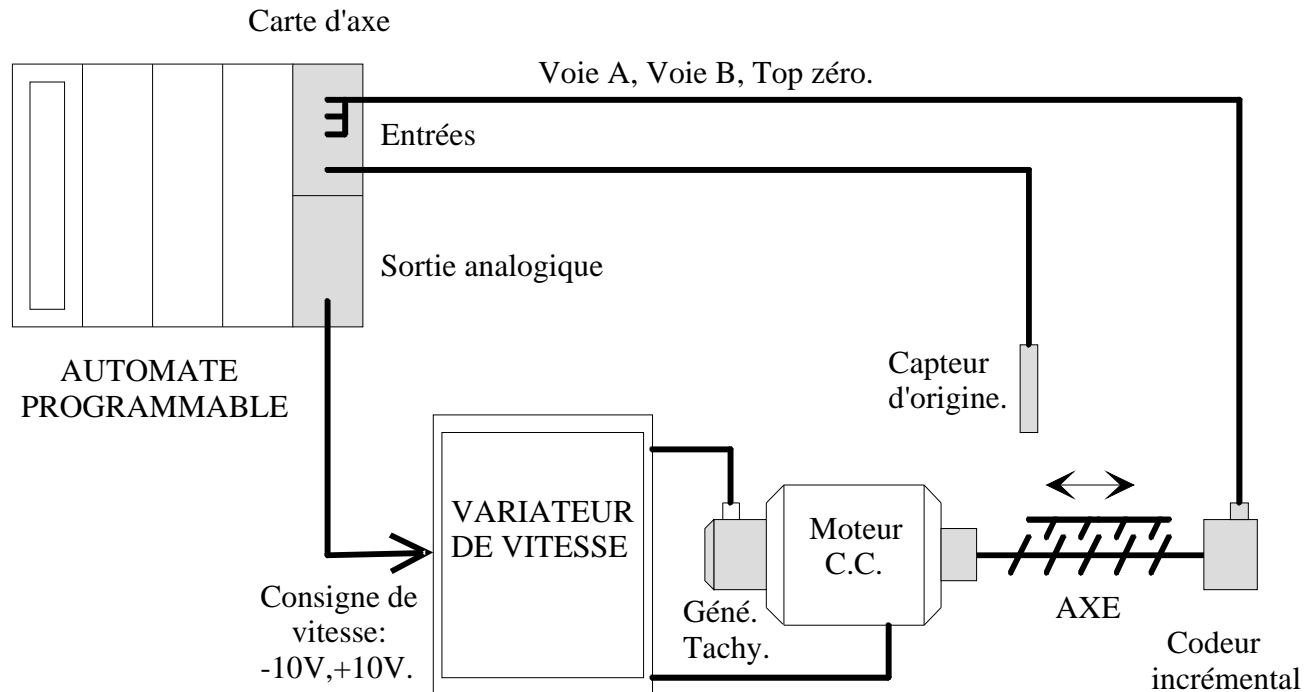


Fig.1-22: asservissement de position par carte d'axe.

### SYSTEME ASSERVI.

Comme pour les systèmes en chaîne directe, l'évolution réelle de la grandeur de sortie (position ou vitesse) n'est pas identique à la commande, mais elle la suit de beaucoup plus près. En particulier, le système est capable de compenser plus efficacement les perturbations : si, pour une raison ou pour une autre, la position du mobile est modifiée, le système pilote le variateur pour se recalibrer. De la même manière, si la valeur visée est dépassée, le système provoque le recul pour se recalibrer. Ce recalibrage, s'il est trop fort, peut provoquer un mode de fonctionnement oscillatoire qui est un des inconvénients majeurs des systèmes asservis.

Le schéma Fig.1-23 représente la structure fonctionnelle de la carte d'axe et du variateur de manière simplifiée : en fait, le traitement interne à la carte est entièrement numérique : elle contient donc des éléments non-représentés ici dans un souci de clarté : Convertisseur Numérique-Analogique, compteur, liaison avec l'automate, bus interne, etc..

Certains fabricants proposent maintenant des variateurs numériques : La carte d'axe, dans ce cas, fournit une consigne de vitesse sous forme numérique (mot de n bits)

La description de l'évolution théorique de la vitesse et de la position nécessite des notions sur les systèmes asservis, en particulier la transformation de Laplace, qui sortent du cadre de ce poly.

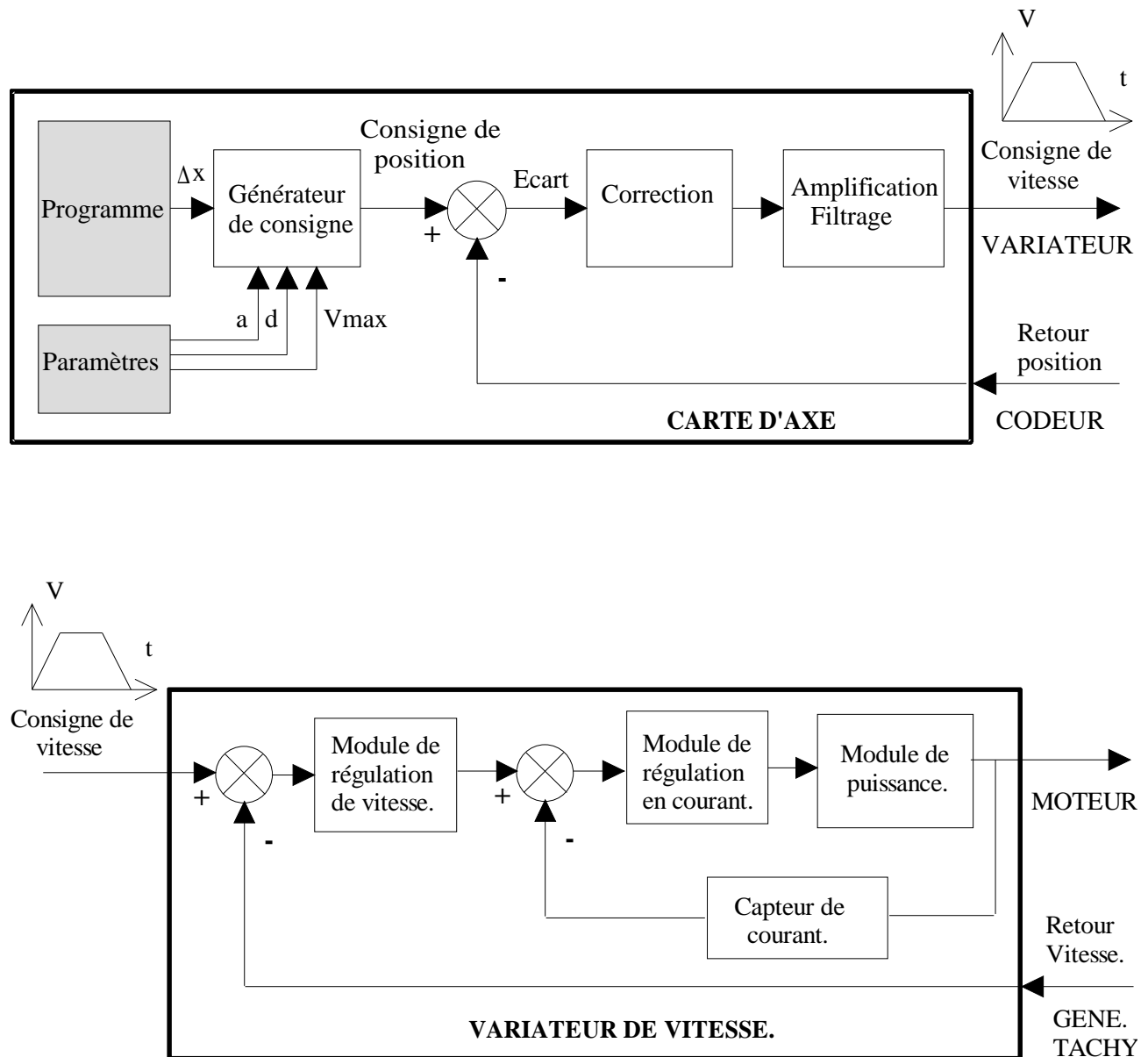


Fig.1-23: Structure de l'asservissement de position.

## **1-4 CRITERES DE CHOIX ENTRE COMMANDE EN CHAINE DIRECTE ET COMMANDE EN BOUCLE FERMEE.**

En règle générale, on peut affirmer que :

\* Les systèmes asservis sont indiqués dans le cas où il faut travailler dans des conditions présentant un caractère aléatoire. La consigne peut être aléatoire (ou de forme imprévisible lors de la conception du système) comme dans le cas du copiage ou du suivi de trajectoire et les perturbations peuvent être aléatoires comme dans le cas d'une régulation de température.

\* Les systèmes asservis sont indiqués lorsque l'on désire des performances dynamiques élevées.

\* Lorsque les conditions d'utilisation ne présentent aucun caractère d'imprévisibilité et que les performances attendues restent limitées, l'utilisation d'un système asservi est déconseillée : trop cher, trop complexe, réglages indispensables.

L'arbre de décision concernant le choix d'une structure de commande est reproduit Fig.1-24, page suivante.



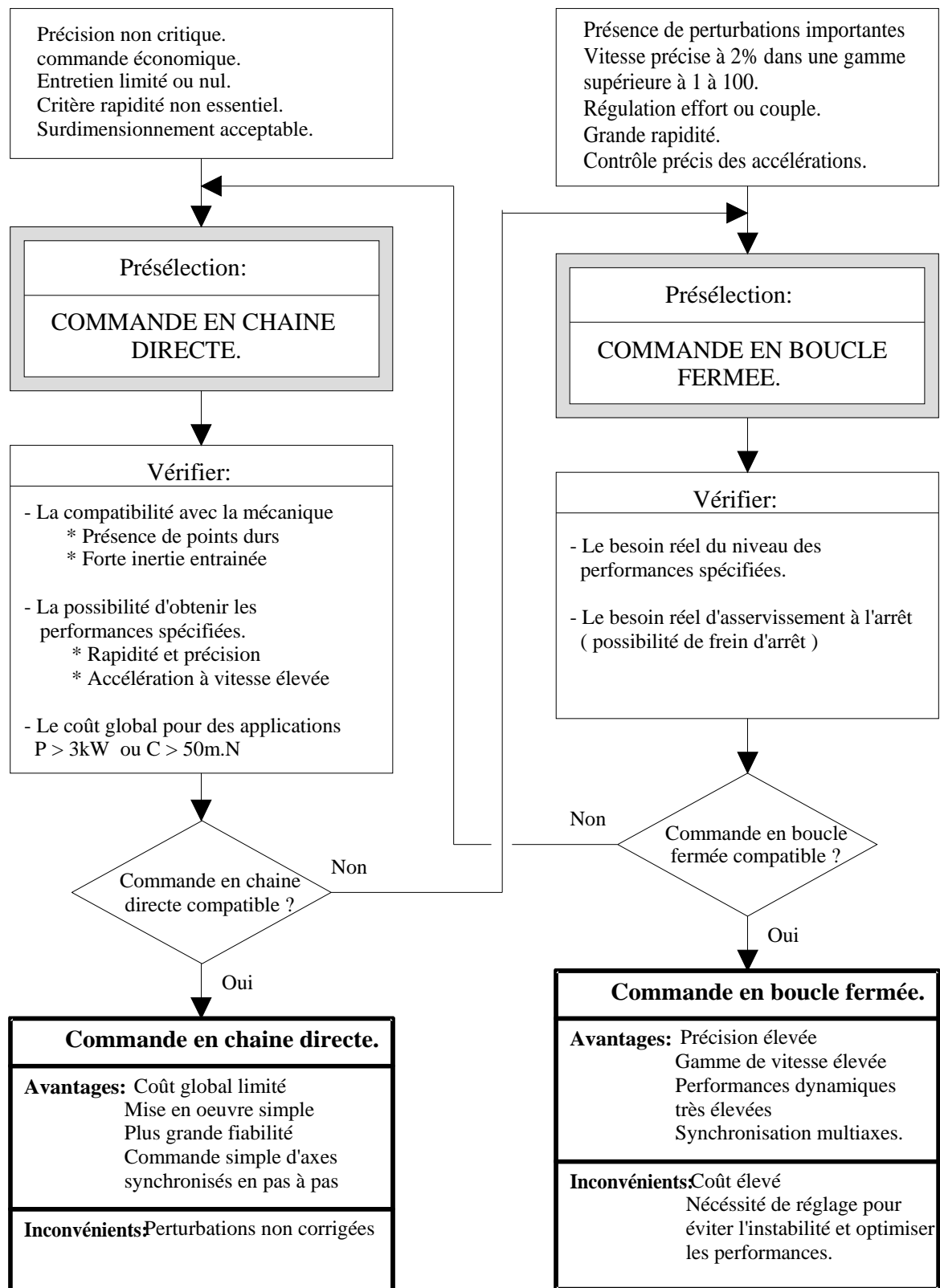


Fig.1-24: Arbre de choix du type de commande (Technoguide E).

## Chapitre 2

# SYSTÈMES ASSERVIS.

- "- En quelle matière est réalisé ce palier lisse ?*
- En or.*
- ???!! et pourquoi ?*
- pour que ça ne rouille pas."*

Entendu à l'oral du B.T.S. M.A.I

## 2-1 REPRESENTATION EN SCHÉMA-BLOC TEMPOREL.

Le schéma-bloc est un moyen commode de représenter les structures des systèmes asservis car il correspond bien à la modélisation mathématique. En effet, il est facile de passer de la représentation fonctionnelle et temporelle habituelle à un schéma dans lequel chaque bloc est caractérisé par une fonction appelée fonction de transfert qui décrit son comportement, chaque liaison représentant une grandeur en variable de Laplace. Ceci s'explique par le fait que, dans la plupart des systèmes asservis, la relation entre consigne et sortie est en général une (voire des) équation(s) différentielle(s).

Cette formalisation nous étant impossible, nous nous limiterons dans ce chapitre et dans les suivants à la représentation temporelle en considérant des systèmes en régime permanent ou à gain pur. En effet, en régime permanent les termes différentiels s'annulent et nous retrouvons des relations de type algébrique

EXEMPLES:

### a) Asservissement de position hydraulique.

La consigne est une tension ; il s'ensuit que le signal de retour fourni par le capteur de position est également une tension pour permettre la comparaison. L'écart obtenu, également une tension, est amplifié et pilote une servovalve qui fournit un débit  $Q(t)$  proportionnel au courant de commande  $I(t)$ .

Ce débit d'huile provoque le déplacement de la tige du vérin, déplacement mesuré par un capteur de position.

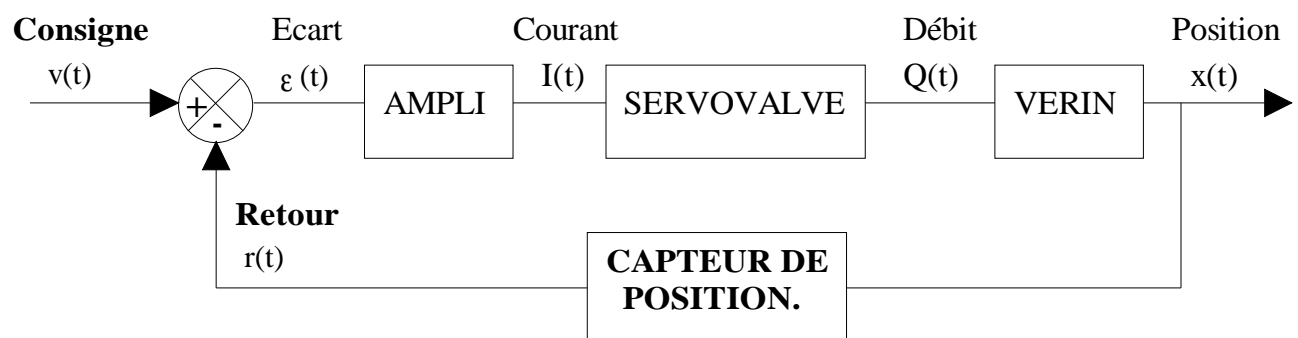


Fig.2-1: structure d'un asservissement de position hydraulique.

Cet asservissement est du type système suiveur : il doit obéir à des variations fréquentes de consigne.

Applications: servocommandes aéronautiques, commande d'axe à forte puissance.

### b) Asservissement (ou régulation) de température.

La structure est sensiblement identique, mais il apparaît un bloc " P.I.D." qui signifie Proportionnel-Intégral-Dérivé et que l'on rencontre souvent en régulation de température (mais pas seulement). Ce bloc modifie d'une manière que nous détaillerons plus loin le signal d'écart dans le but d'améliorer les performances.

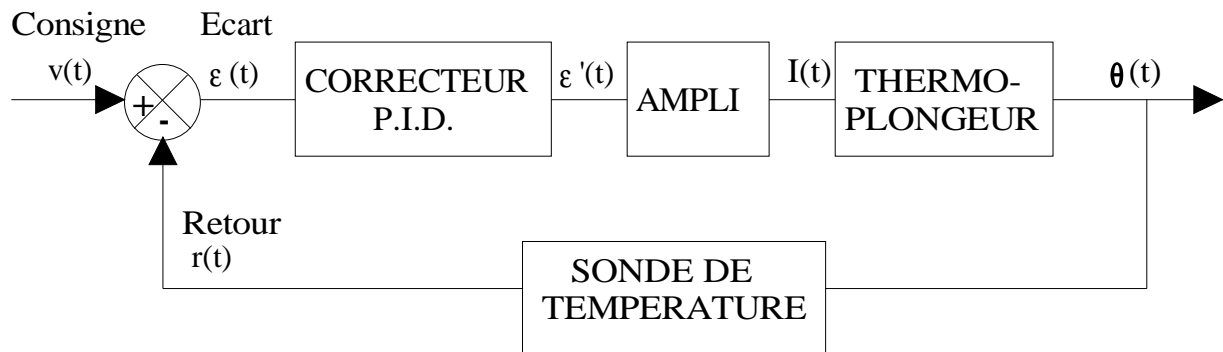


Fig.2-2: structure d'un asservissement de température.

Cet asservissement est du type système régulateur : il doit maintenir une consigne constante de température malgré les perturbations.

Applications: régulation de la température des bacs en traitements de surface, en agroalimentaire, en chimie, régulation de la température des fours ou des étuves en traitements thermiques.

### C) Pilote automatique de missile (d'après Decaulne & Pélegrin).

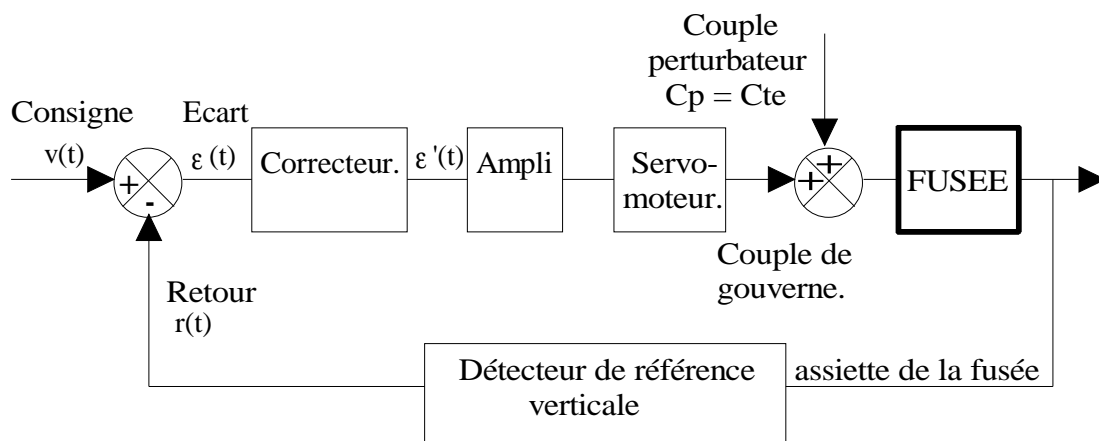


Fig.2-3: Asservissement de la stabilisation d'un missile dans le plan vertical.

Cet asservissement est du type suiveur : il doit obéir à des variations fréquentes de consigne lorsque le missile suit le relief géographique à basse altitude. Lors de l'étude, on considère que les variables sont la consigne et la sortie, le couple perturbateur étant considéré constant.

Mais, comme la plupart des systèmes, il est également régulateur : on considérera alors sa capacité à maintenir une assiette constante malgré les perturbations (couples exercés sur la gouverne par les rafales de vent) lorsque le missile est en croisière.

Le schéma-bloc aura alors une topologie différente correspondant au point de vue "système régulé". On remarque que ce schéma est, par ailleurs, identique à celui de la Fig.2-3.

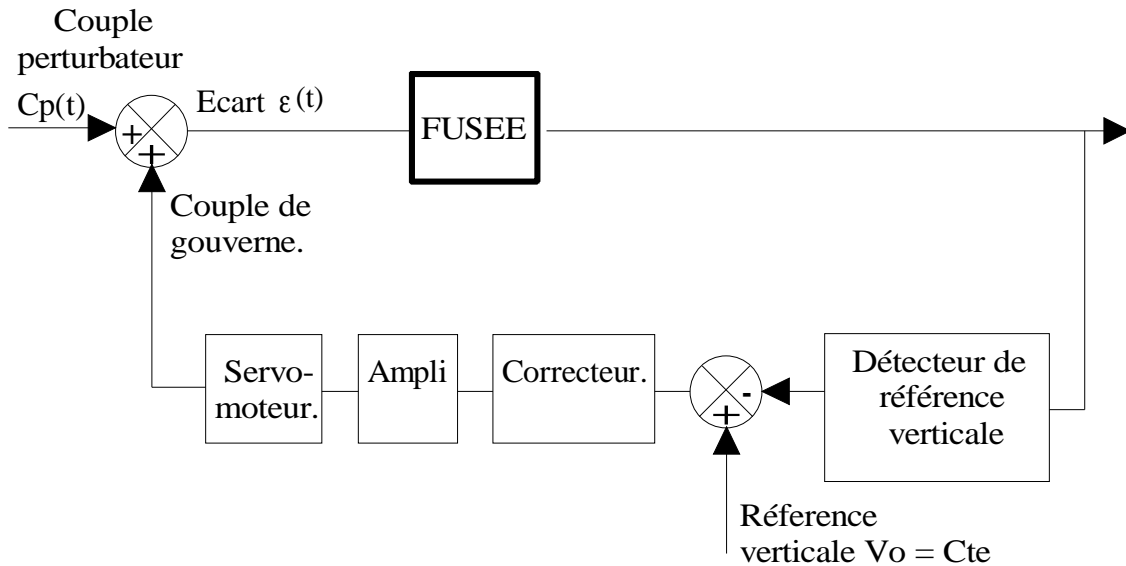


Fig.2-4: Asservissement de la stabilisation d'un missile dans le plan vertical.

#### D) Asservissement de position : système de recopie angulaire.

Le système représenté Fig.2-5 permet d'asservir la position angulaire  $\theta_s$  de l'arbre du moteur M à une consigne d'entrée matérialisée par la position angulaire  $\theta_e$  d'un potentiomètre circulaire. En d'autres termes, il est souhaité que ce dispositif fasse en sorte que la position angulaire de l'arbre moteur soit la recopie de celle du potentiomètre d'entrée, et ceci à tout instant.

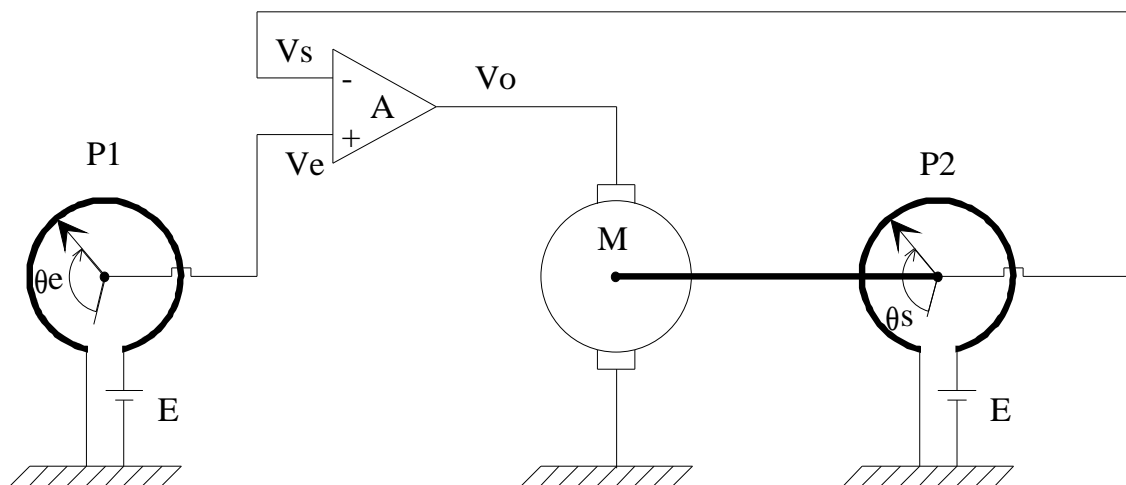


Fig.2-5: Asservissement de position

**Découpage fonctionnel :** On distingue quatre sous-ensembles distincts (schéma-bloc Fig.2-6).

- Le potentiomètre d'entrée P1, qui réalise une conversion angle/tension
- L'amplificateur opérationnel en montage soustracteur, qui réalise la comparaison entre les deux tensions d'entrée et l'amplification du résultat. On remarque que l'amplificateur opérationnel réalise deux fonctions : comparaison et amplification.
- Le moteur, qui réalise une conversion tension/position.
- Le potentiomètre de sortie P2, qui réalise une conversion angle/tension.

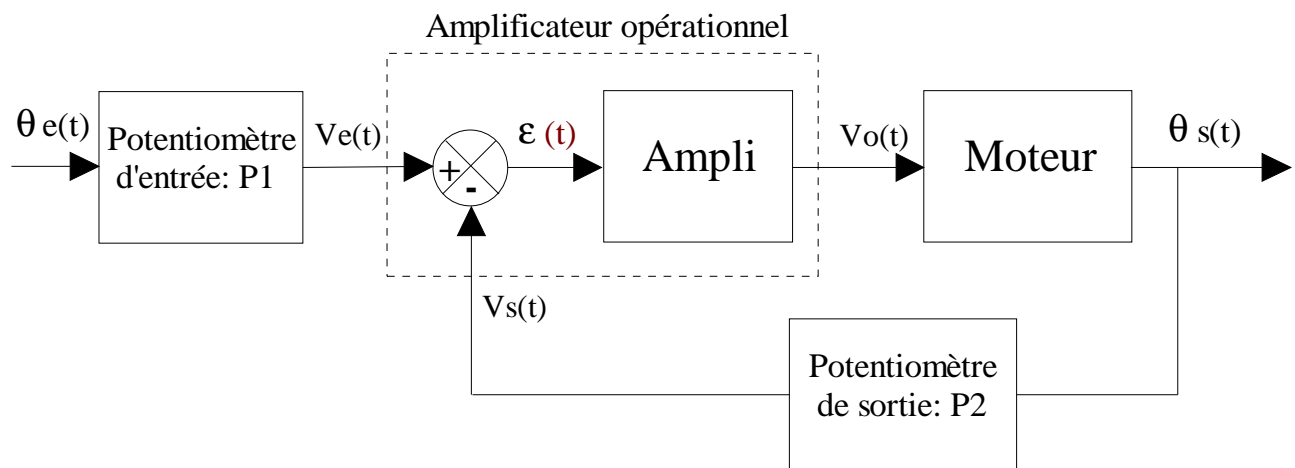


Fig.2-6: Schéma bloc temporel de l'asservissement de position

## 2-2 CARACTERISATION DES PERFORMANCES.

De manière générale, on caractérise les performances d'un système asservi par les trois critères suivants :

- Précision.
- Rapidité / bande passante.
- Amortissement / stabilité.

Un système asservi idéal est donc rapide, précis et stable. Nous verrons par la suite que ces critères sont contradictoires pour un système bouclé.

### 2-2-1. LA PRECISION.

Elle est définie principalement par deux grandeurs qui sont soit calculées si le système est modélisé, soit mesurées expérimentalement : l'écart statique et l'écart dynamique. Comme il l'a été dit

au § 1, il s'agit bien d'un écart et non d'une erreur. Les terminologies d'erreur statique et d'erreur de traînage sont malgré tout souvent utilisées.

#### L'écart statique : $\epsilon_s$

Pour caractériser l'écart statique, on soumet le système considéré à une entrée en échelon d'amplitude constante :  $e(t) = E_0.u(t)$  représentée en trait fort. La réponse du système  $s(t)$  est représentée en trait fin. En général, la réponse se stabilise au bout d'un certain temps (sinon il est instable, voir alors en 2-2-3.): c'est le régime permanent.

L'écart statique est la différence entre la valeur visée et la valeur atteinte en régime permanent

Les figures 2-7 et 2-8 montrent deux types de réponse à un échelon.

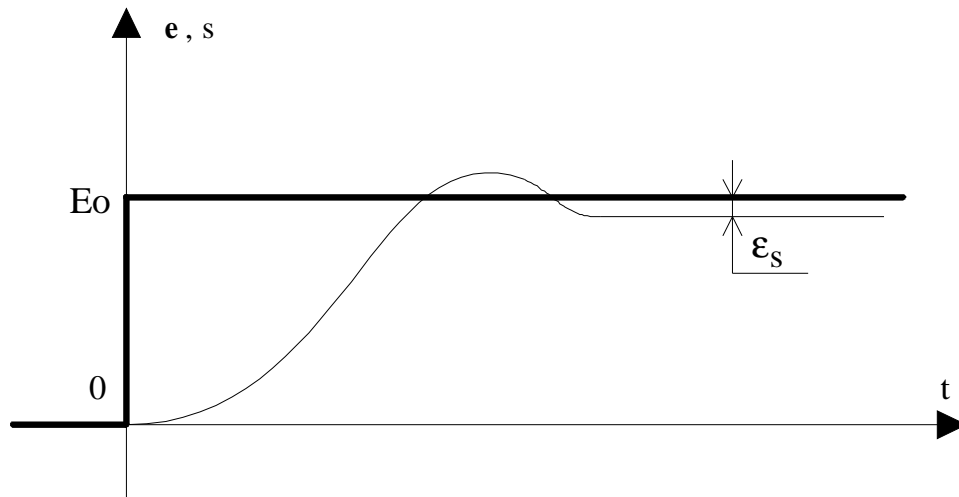


Fig.2-7: système à écart statique non nul.

C'est le cas d'un asservissement de vitesse, par exemple. L'ordre de grandeur de l'écart est de 1% de la vitesse maximum pour une application standard en commande d'axe.

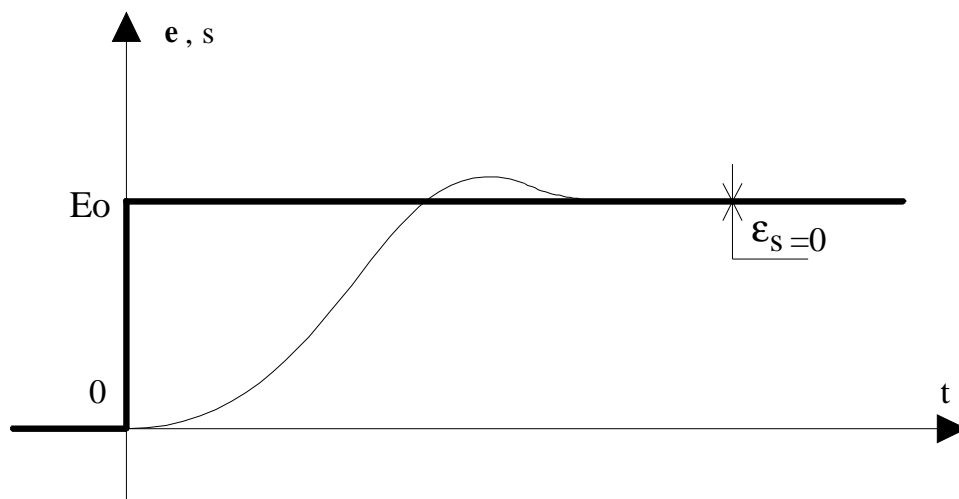


Fig.2-8: système à écart statique nul.

C'est le cas d'un asservissement de position, pour lequel l'écart statique est théoriquement nul.

### L'écart dynamique : $\epsilon_v$ .

Pour caractériser l'écart dynamique, on soumet le système considéré à une entrée rampe de pente  $a$   $e(t) = a.t.u(t)$  représentée en trait fort. De même que précédemment on considère la réponse en régime permanent.

L'écart dynamique est la différence entre la consigne et la réponse en régime permanent. On l'appelle également écart de traînage ou écart de poursuite.

Les figures 2-9, 2-10 et 2-11 montrent trois types de réponse à un échelon.

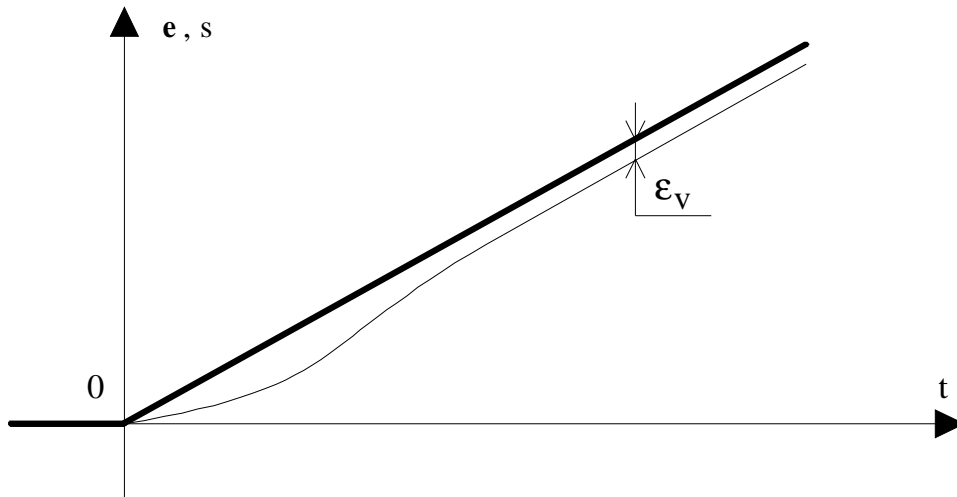


Fig.2-9: système à écart dynamique constant.

C'est le cas d'un asservissement de position pour lequel l'erreur dynamique est proportionnelle à la pente de la rampe ( $a$ ). L'ordre de grandeur de l'écart de traînage est de 5mm par m/min pour une application standard en commande d'axe.

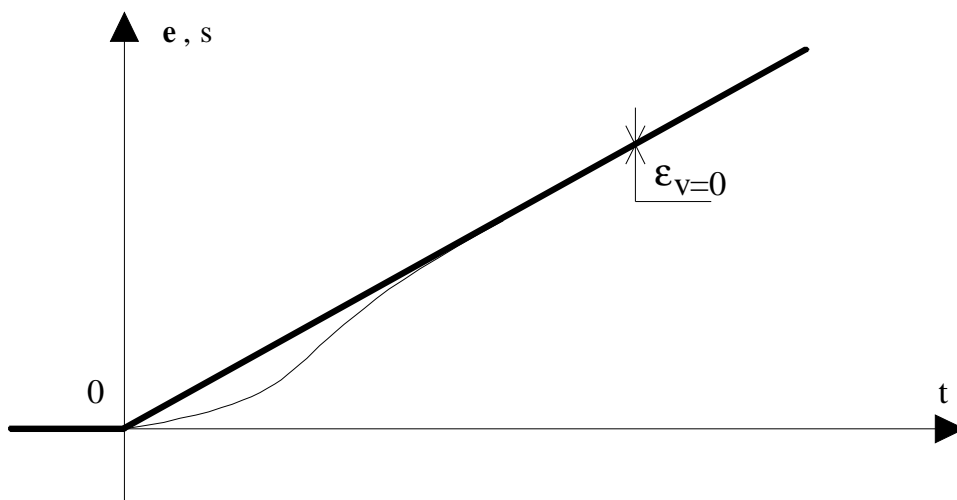


Fig.2-10: système à écart dynamique nul.



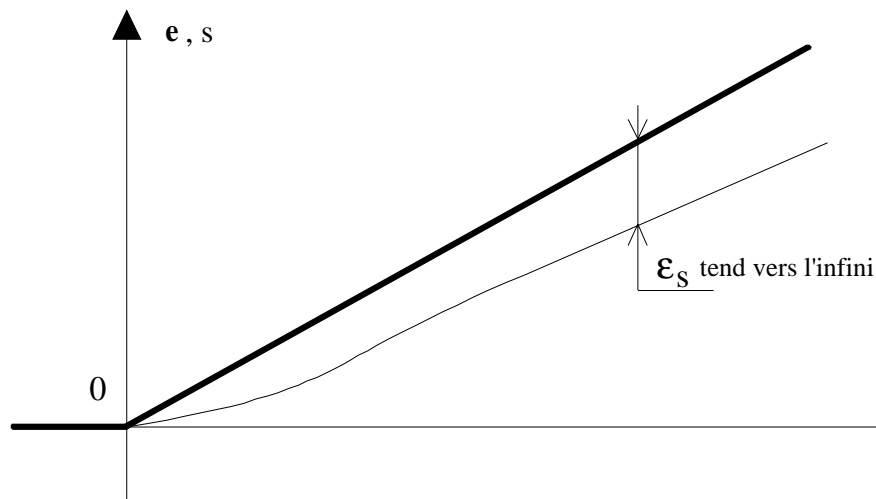


Fig.2-11: système à écart dynamique infini.

C'est le cas pour un asservissement de vitesse dans lequel l'écart de traînage augmente indéfiniment.

**REMARQUE:** Les mesures d'écart sont effectuées (ou calculées) en l'absence de perturbations.

### Utilisation des écarts.

La connaissance de l'écart statique et de l'écart dynamique permet de caractériser la précision du système lorsqu'il est soumis à des consignes simples. Or, les consignes en commande d'axe sont souvent des signaux simples. Une loi de commande très répandue est la loi en trapèze pour laquelle les valeurs de l'écart statique et de l'écart dynamique permettent de représenter l'allure de la réponse (Comportement typique Fig.2-12). Par contre, elles ne décrivent pas le comportement transitoire lors du démarrage de la pente et lors du passage à l'horizontale.

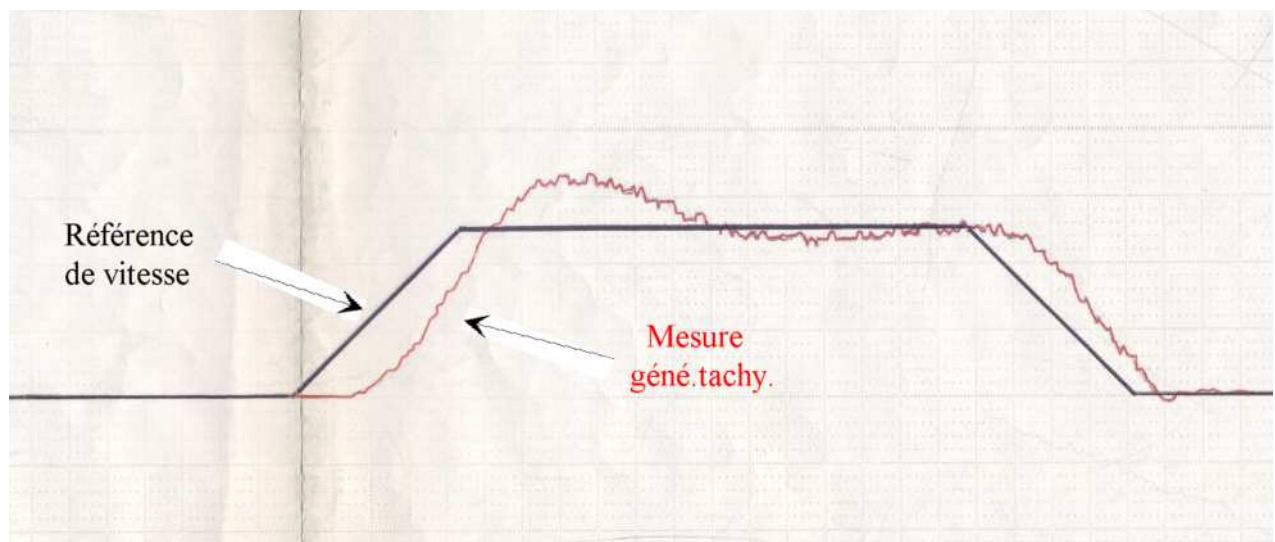


Fig.2-12: Réponse de l'asservissement de vitesse du lanceur de SPACE MOUNTAIN.

### 2-2-2. LA RAPIDITE.

#### Le temps de réponse à 5%.

La rapidité est définie par le temps de réponse du système soumis à une entrée en échelon d'amplitude  $E_0$ . En pratique, on mesure (ou on calcule) le temps que met la réponse à rester dans une zone comprise entre plus ou moins 5% de la valeur visée.

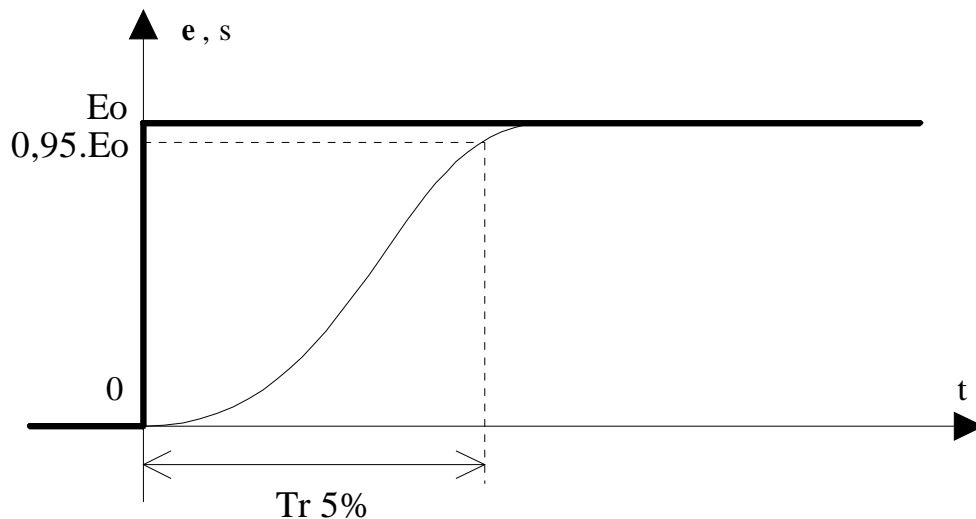


Fig.2-13: Temps de réponse à 5% d'un système non oscillant.

Pour un système oscillant, le temps de réponse n'est pas le temps au bout duquel la réponse atteint 95% de la valeur visée mais le temps au bout duquel la réponse reste définitivement dans la zone  $0,95.E_0 / 1,05.E_0$ . On peut immédiatement remarquer que plus le système va osciller, plus son temps de réponse va augmenter :  $Tr_{5\%}$  traduit le compromis rapidité/stabilité.

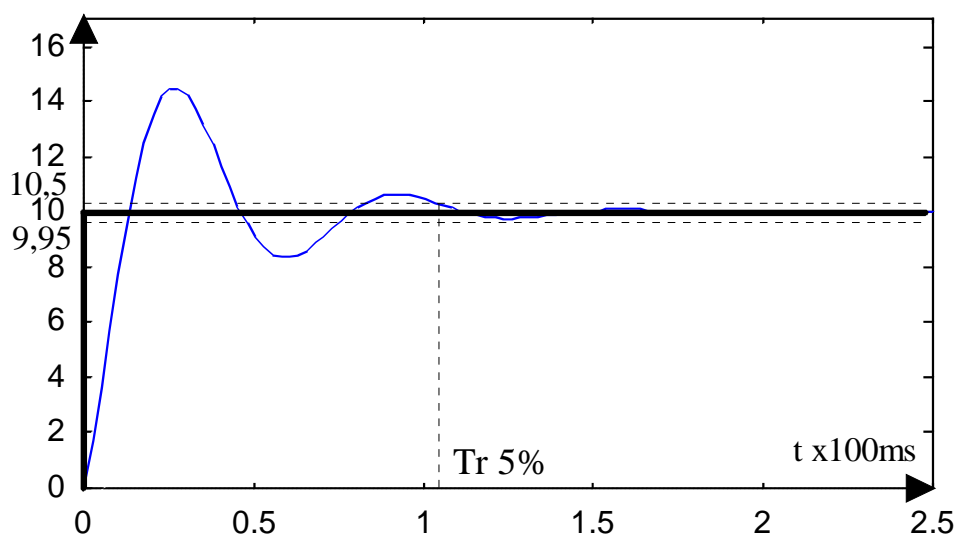


Fig.2-14: Temps de réponse à 5% d'un système oscillant.

### 2-2-3. AMORTISSEMENT / STABILITE.

#### Amortissement

Un bon amortissement est la capacité d'un système oscillant à être suffisamment amorti et à ne pas présenter de dépassement important. Cela signifie deux choses :

\* Le premier pic de la réponse ne devra pas dépasser de manière trop importante la valeur visée : on demande alors au dépassement de rester inférieur à  $X\%$  de la consigne.

\* Le nombre d'oscillations avant stabilisation devra être faible : cela permet de ménager la mécanique.

D'un autre côté, on ne veut pas que le système soit excessivement amorti (Fig.2-19) car l'augmentation de l'amortissement provoque une diminution du rendement du système asservi. En effet, l'amortissement correspond physiquement à des pertes d'énergie : frottements en mécanique, courants de Foucault en électricité, pertes de charges en hydraulique, etc. Les performances sont alors diminuées.

Le critère de "bon amortissement" correspond à des réponses du type de celles représentées Fig.2-17 et Fig.2-18.

Qualitativement, on peut distinguer quatre cas d'amortissement :

Cas 1 : Réponse insuffisamment amortie :

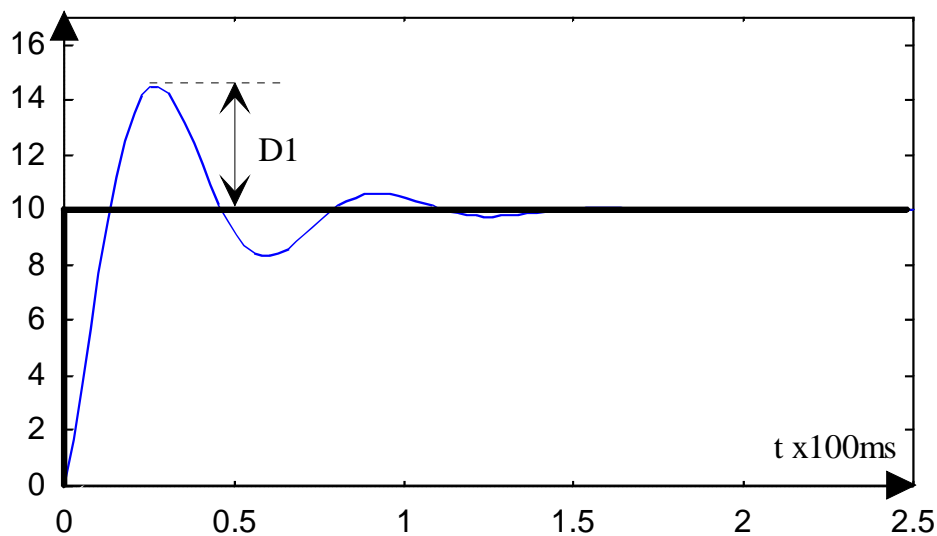


Fig.2-16: réponse insuffisamment amortie.

Conséquences :

- \* Dépassement  $D1$  trop important.
- \* Temps de réponse trop grand.
- \* Oscillations mécaniques dangereuses.

Cas 2 : Réponse correctement amortie :

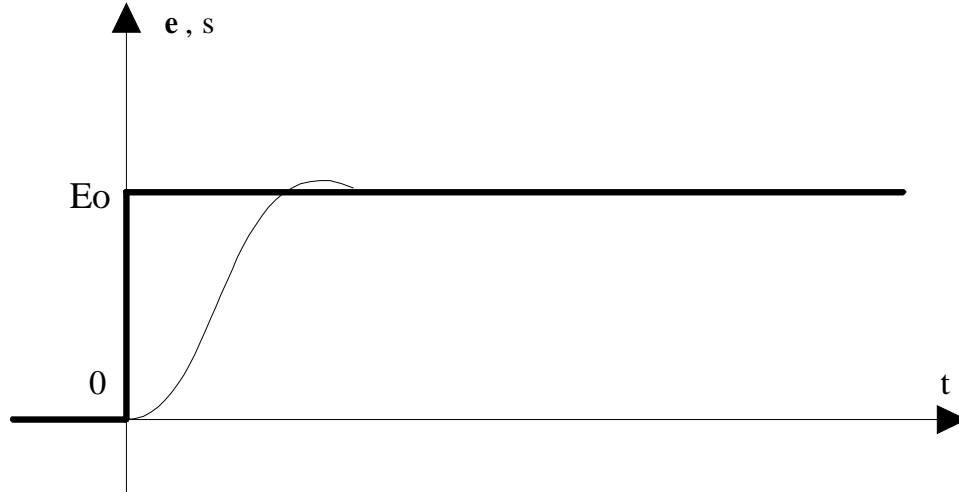


Fig.2-17: réponse correctement amortie.

C'est le meilleur cas de figure :

- \* Dépassement D1 faible.
- \* Temps de réponse petit.
- \* Pas d'oscillations.

Cas 3 : Réponse bien amortie sans dépassement :

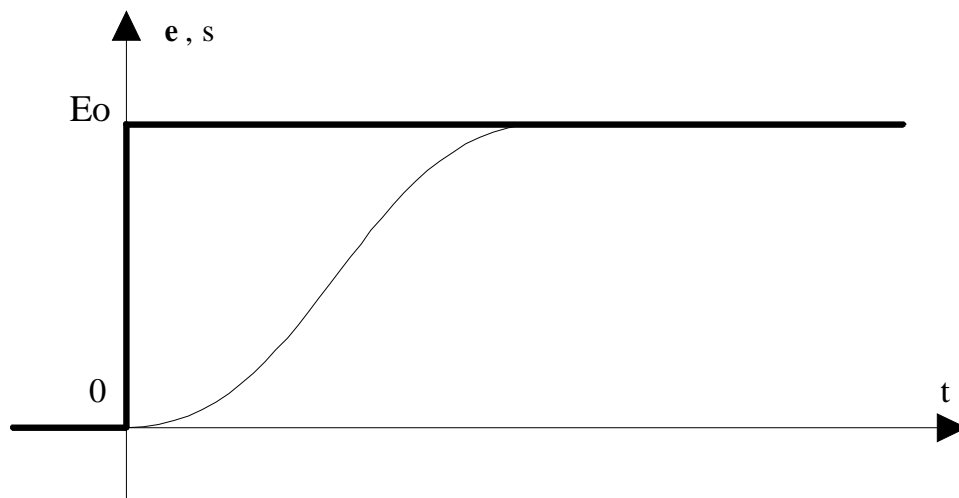


Fig.2-18: réponse bien amortie sans dépassement.

Dans certains cas, comme celui de la commande en position sur une M.O.C.N., on ne tolère aucun dépassement pour l'outil : il doit atteindre la valeur visée sans la dépasser, ce qui serait dangereux lors de l'accostage d'une pièce par exemple. La valeur de l'amortissement est alors un peu plus importante que dans le cas précédent.

Conséquences

- \* Dépassement D1 nul.
- \* Temps de réponse un peu plus long, mais acceptable.
- \* Pas d'oscillations.

Cas 4 : Réponse trop amortie (ou sur-amortie).

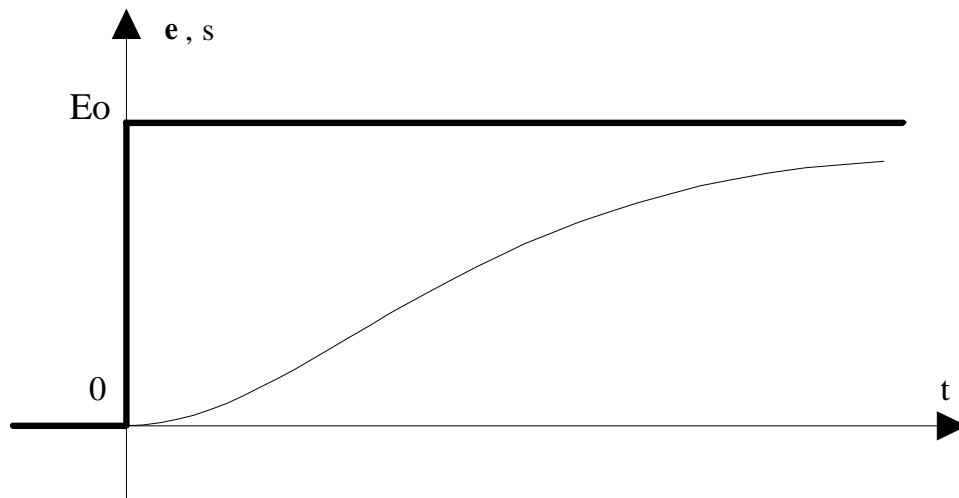


Fig.2-19: réponse trop amortie.

Conséquences :

- \* Dépassement D1 nul.
- \* Temps de réponse élevé : système lent.
- \* Pas d'oscillations.

### Stabilité d'un système bouclé.

**Définition:** Un système est stable si, écarté de sa position d'origine, il tend à y revenir.

Dans le cas inverse, il est instable. On peut interpréter "écarté de sa position d'origine" comme une perturbation. On considère parfois une autre définition : un système est stable si, à une entrée bornée, il répond par une sortie bornée. Il est dit stable BIBO (Bounded Input Bouded Output). Cette dernière définition est mal adaptée aux servomécanismes dont la sortie est bornée lorsqu'ils pompent, car ils passent en régime non linéaire (saturation entre autres) et la théorie linéaire est à ce moment mise en défaut. Le mécanisme de pompage sera détaillé au chapitre suivant.

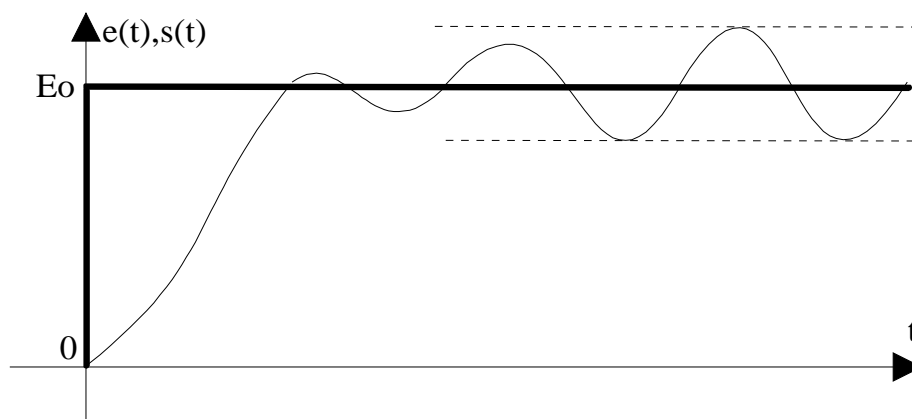


Fig. 2-20 : Pompage d'un système bouclé soumis à une entrée constante  $e(t) = E_o.u(t)$ .

## Chapitre 3

# PERFORMANCES DES SYSTÈMES ASSERVIS.

*"- Quelle est la fonction de ce composant ?*

*- Vous n'avez pas le droit de me poser cette question."*

Entendu à l'oral du B.T.S.  
M.A.I

Nous avons vu au chapitre précédent que l'on pouvait caractériser les performances d'un système asservi par trois critères :

- \* Précision
- \* Rapidité
- \* Amortissement/stabilité

Parmi les servomécanismes, il en est deux qui sont typiques :

- \* L'asservissement de vitesse.
- \* L'asservissement de position.

Nous allons maintenant observer qualitativement le comportement de ces deux derniers.

### **3-1. L'ASSERVISSEMENT DE VITESSE.**

#### **3-1-1. STRUCTURE D'UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE.**

La structure est définie ci-dessous sur un schéma-bloc ou diagramme fonctionnel :

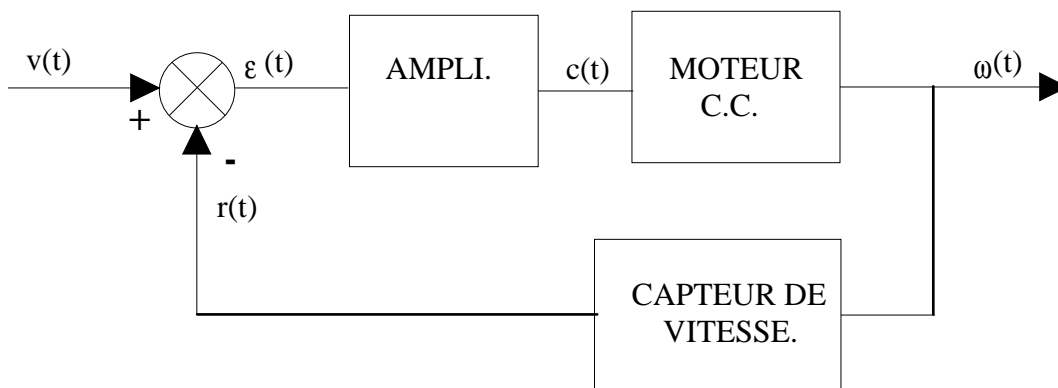


Fig.3-1 : Asservissement de vitesse.

Les fonctions nécessaires sont réalisées par différents organes :

- \* UN CAPTEUR : Une génératrice tachymétrique, par exemple, va fournir une tension en retour  $r(t)$ , qui est une image de la vitesse de rotation  $\omega(t)$ .
- \* UN COMPAREUR : Représenté par un cercle croisé, il effectue la soustraction entre la consigne  $v(t)$  et le retour  $r(t)$  en générant un signal d'écart  $\epsilon(t)$ . Les signes plus ou moins indiquent la nature de la comparaison.
- \* UN AMPLIFICATEUR : Il va amplifier le signal d'écart  $\epsilon(t)$  pour fournir un signal de commande  $c(t)$  suffisamment grand pour piloter le moteur.
- \* UN ACTIONNEUR : Il va transformer le signal de commande  $c(t)$  en énergie mécanique. Ici un moteur à courant continu dont la vitesse varie avec la tension qui lui est appliquée.



il ne faut pas confondre la consigne et la commande.

\* La consigne est le but à atteindre : elle est imposée de l'extérieur du système.

\* La commande dépend de la consigne mais aussi de l'état du système.

### 3-1-2. FONCTIONNEMENT D'UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE.

Le but est de décrire de manière intuitive le fonctionnement. On admettra ici pour simplifier l'exposé que le retour est unitaire, c'est à dire que la génératrice tachymétrique se comporte comme un système à gain pur unitaire (égal à 1). On a alors  $r(t) = \omega(t)$  en valeur algébrique avec  $r(t)$  en Volts et  $\omega(t)$  en rd/s.

**REMARQUE:** Le raisonnement qui suit est également valable pour un retour non unitaire : en effet, pour que la comparaison ait un sens, le retour et la consigne doivent être à la même échelle. Il en découle que, à vitesse visée identique, la consigne sera différente pour rester adaptée au retour.

En valeur algébrique :

Retour unitaire : Vitesse visée =  $\omega(t)$  et retour  $r(t) = \omega(t)$ . donc la consigne est  $v(t) = \omega(t)$

Retour non unitaire : Vitesse visée =  $\omega(t)$  et retour  $r(t) = K.\omega(t)$ . La consigne est  $v(t) = K.\omega(t)$

Mettons-nous dans la situation suivante : Le système étant au repos (toutes les variables du schéma-bloc

sont nulles) on envoie une consigne de vitesse en échelon  $v(t) = \Omega_0$  de manière à obtenir en sortie une vitesse effective constante  $\omega(t) = \Omega_0$ .

A l'instant initial, l'écart est  $\varepsilon(t) = \varepsilon(0) = v(0) - r(0) = \Omega_0$  car le moteur est à l'arrêt :  $r(0) = \omega(0) = 0$ . Cet écart  $\Omega_0$  est amplifié et converti en tension de commande, puis en courant, puis en couple moteur. Le moteur démarre.

**NOTA:** On utilisera, dans ce qui suit, la propriété suivante : le couple fourni par un moteur à courant continu est approximativement proportionnel au courant traversant ses bobinages, ce dernier étant d'autant plus fort que la tension de commande (et donc l'écart) est grande.

Deux cas peuvent se produire :

Cas 1 : Le couple moteur est proche du couple à fournir ou l'inertie est élevée :

\* L'accélération est faible, la vitesse  $\omega(t)$  augmente doucement et se rapproche de la consigne  $\Omega_0$ . On obtient une évolution du type de celle représentée Fig.3-2.

On remarque que la vitesse effective  $\omega(t)$  n'atteint JAMAIS la vitesse visée  $\Omega_0$  mais tend vers une limite inférieure  $\Omega_p < \Omega_0$ . Il reste donc un écart en régime permanent que nous avons défini comme l'écart statique  $\varepsilon_s$ .

Pourquoi cet écart non nul ? Parce qu'il faut que le moteur tourne pour que la vitesse  $\Omega_p$  existe, il faut nécessairement fournir une commande de vitesse non nulle. La commande  $c(t)$  étant engendrée par l'écart  $\varepsilon(t)$ , ce dernier ne peut pas être nul :  $\varepsilon(t) = \varepsilon_s$ .



Cet écart intrinsèque est aggravé par la présence d'un couple résistant sur l'arbre moteur dû aux frottements par exemple.

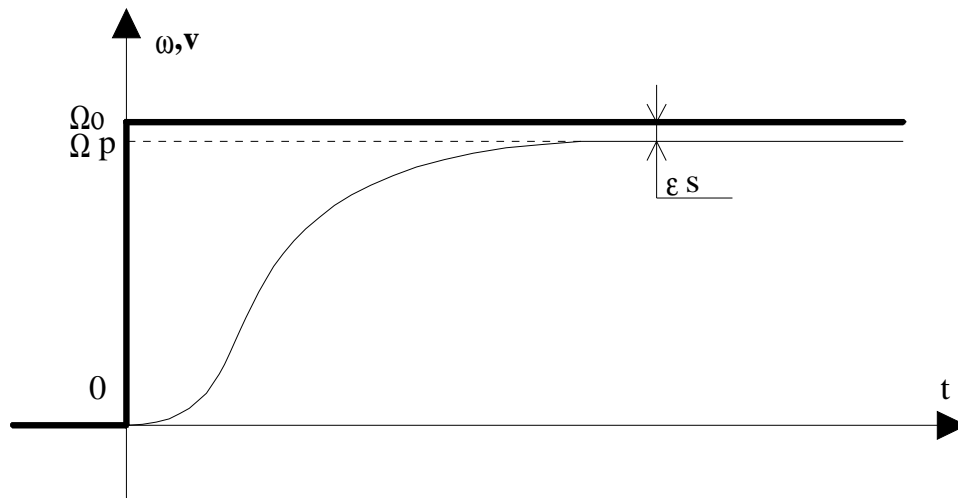


Fig.3-2 : Réponse à un échelon de vitesse, cas 1.

Finalement :

- L'écart est FONCTIONNEL.

Pour améliorer les performances de l'asservissement, on va chercher à diminuer l'écart  $\epsilon_s$  ce qui va rapprocher la valeur de la vitesse effective  $\Omega_p$  de celle de la valeur visée  $\Omega_0$ . Ceci implique qu'il faut pouvoir obtenir la même puissance en sortie à partir d'un signal  $\epsilon_s$  plus petit. On va donc augmenter le gain en puissance de la chaîne de commande donc accroître le gain de boucle. Dans notre exemple, si l'on augmente le gain de l'ampli d'un facteur deux on obtiendra le même signal de commande à partir d'un signal d'écart deux fois plus petit.

- L'écart NE PEUT PAS ETRE ANNULE.

En poussant le raisonnement à son extrême, on voit qu'il faudrait que le gain de la chaîne de commande soit infini pour que l'écart s'annule ! C'est techniquement impossible.

En régime permanent un écart nul engendre une vitesse nulle.

- L'écart NE PEUT PAS ETRE DIMINUE AUTANT QUE LE PERMET LA TECHNOLOGIE.

On pourrait en effet chercher à maximiser le gain de la chaîne de commande dans les limites de la technologie actuelle. Malheureusement, nous le verrons plus tard, un gain trop important rend le système instable. Même sans que le système soit instable, il devient trop "nerveux" : pour un signal d'écart  $\epsilon_s$  très petit, le système va fournir un signal de commande  $c(t)$  suffisant pour entretenir la vitesse de rotation. Mais que va-t'il se passer lors du démarrage lorsque le signal d'écart  $\epsilon_s = \Omega_0$  est maximum ? Le couple moteur va être maximum et l'accélération induite élevée, ce qui nous amène au cas suivant :

Cas 2 : La valeur de la commande est importante et le système peut suivre : couple moteur élevé par rapport au couple à fournir.

L'accélération est importante (principe fondamental de la dynamique) et la vitesse croît rapidement : on obtient une évolution du type de celle représentée Fig.3-3.

\* La vitesse  $\omega(t)$  augmente trop vite et dépasse la valeur visée avant que le système ne réagisse.

\*  $\omega(t)$  est alors plus grande que la valeur visée et l'écart  $\varepsilon(t) = \Omega_0 - \omega(t)$  devient négatif. La commande  $c(t)$  du moteur change de signe, ce qui va créer un couple négatif et provoquer le passage du fonctionnement en moteur à un fonctionnement en frein.

\*  $\omega(t)$  diminue, repasse sous  $\Omega_0$  et l'écart redevient positif. On revient à un fonctionnement en moteur.

\* Après une succession plus ou moins longue d'oscillations, la vitesse  $\omega(t)$  tend vers une limite  $\Omega_p$  qui n'est pas identique à celle du cas 1 suivant la valeur du gain de la chaîne de commande.

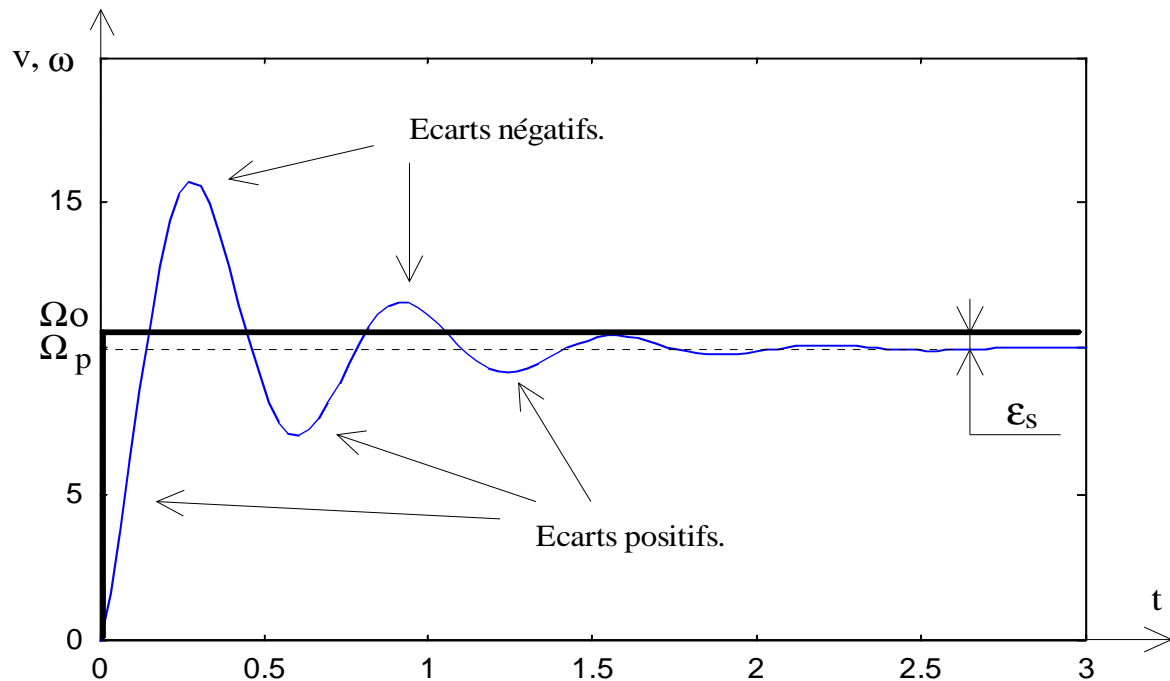


Fig.3-3 : Réponse à un échelon de vitesse, cas 2.

Pratiquement, une augmentation trop importante du gain de la chaîne de commande présente les inconvénients suivants :

\* Le comportement oscillatoire est mal toléré par la mécanique.

\* Nous avons dit que le couple moteur est d'autant plus grand que l'écart  $\varepsilon(t)$  est important. Il apparaît donc un surcouple important au démarrage lorsque l'écart est maximum. Si l'on désire que l'écart soit inférieur à 1% de la consigne, soit  $\varepsilon_s < 0,01 \cdot \Omega_0$ , alors l'écart lors du démarrage  $\varepsilon(0) = \Omega_0$  sera 100 fois plus grand que  $\varepsilon_s$  écart en régime permanent. Le couple demandé pour le démarrage va être beaucoup plus grand que celui nécessaire au fonctionnement permanent, ce qui

va conduire à sur dimensionner largement le moteur uniquement pour fournir ce surcouple ; encore faudra-t-il que la mécanique puisse le supporter. En pratique, le courant étant limité par un dispositif de saturation interne au variateur de vitesse pour ne pas détériorer les composants électriques, le couple maximum demandé au moteur sera également limité.

**REMARQUE:** Le fait que l'augmentation du gain fasse passer le système d'un état non-oscillatoire à un état oscillatoire n'est pas intuitivement évident. Dans le cas d'un système linéaire du second ordre, par exemple, le coefficient d'amortissement réduit  $\zeta$  est inversement proportionnel à la racine carrée du gain, ce qui entraîne un amortissement faible (et donc réponse oscillante) pour un gain  $K$  suffisamment grand.

En conclusion sur l'asservissement de vitesse :

\* Un asservissement de vitesse est, par nature, imprécis. Il existe toujours un écart statique  $\varepsilon$  non nul, inévitable en l'absence de dispositions complémentaires (correcteurs).

\* Afin de minimiser cet écart, il faut augmenter le gain de la chaîne de commande sans aller jusqu'à provoquer un comportement oscillatoire.

### 3-1-3. ETUDE ALGEBRIQUE EN REGIME PERMANENT.

Il est possible, dans certaines conditions (régime permanent et absence de perturbations), d'effectuer une mise en équation très simplifiée et de travailler sur un schéma-bloc temporel. Considérons l'asservissement de vitesse décrit précédemment, en régime établi : Posons que le gain de l'ampli est  $A$ , celui du moteur est  $K$  (pour un couple résistant donné), et celui de la génératrice est  $K_2$  (c.à.d. qu'elle transforme 1rd/sec en  $K_2$  Volts).

Décomposons le système en deux sous-ensembles (Fig.3-4)

- La chaîne directe
- La chaîne de retour.

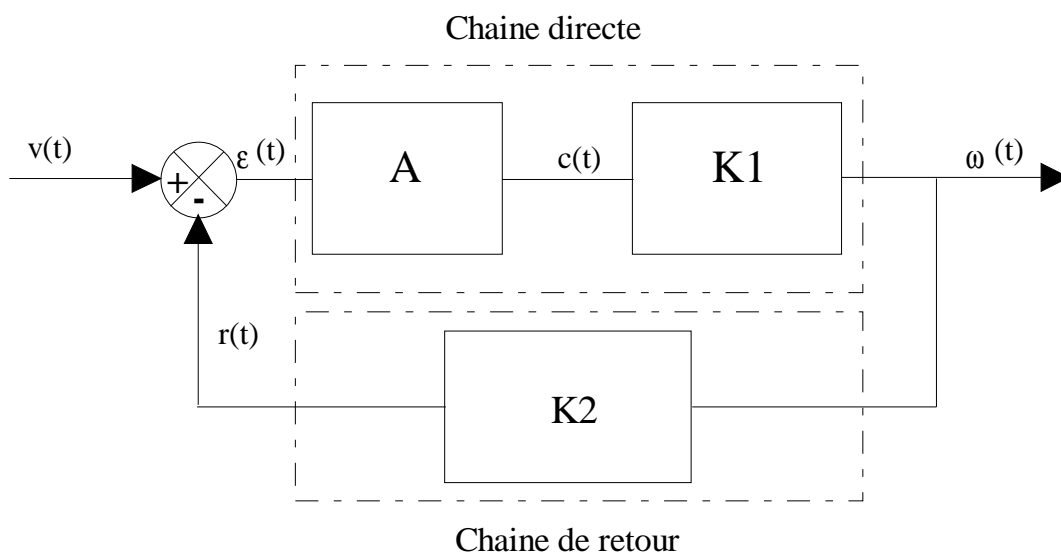


Fig3-4 : Asservissement de vitesse en régime permanent.

Nous pouvons écrire facilement les relations entre les diverses grandeurs. En valeur algébrique :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon(t) &= v(t) - r(t) \\ c(t) &= A.\varepsilon(t) \\ \omega(t) &= K1.c(t) \\ r(t) &= K2.\omega(t) \end{aligned} \right\}$$

Les grandeurs étant stables dans le temps en régime permanent, on peut alléger l'écriture :

$$\varepsilon = v - r \quad (3-1)$$

$$c = A.\varepsilon \quad (3-2)$$

$$\omega = K1.c \quad (3-3)$$

$$r = K2.\omega \quad (3-4)$$

Le gain  $K_a$  de la chaîne directe est le produit des gains de ses constituants, soit :  $K_a = A.K1$

Le gain de la chaîne de retour est  $K2$ .

Le gain en boucle ouverte est  $A.K1.K2$ .

Cherchons le gain global ou gain en boucle fermée  $K$  du système :

$$(3-3) \text{ et } (3-2) \Rightarrow \omega = K1.A.\varepsilon \quad (3-5)$$

$$(3-1) \text{ et } (3-4) \Rightarrow \varepsilon = (v - K2.\omega) \quad (3-6)$$

$$(3-5) \text{ et } (3-6) \Rightarrow \omega = K1.A.(v - K2.\omega) \quad (3-7)$$

De (3-7) on déduit la relation entrée/sortie : 
$$\omega = \frac{K1.A.v}{1 + K1.K2.A} = K.v$$

Le gain du système est finalement :

$$K = \frac{K1.A}{1 + K1.K2.A} \quad (3-8)$$

Le schéma-bloc de la Fig.3-4 devient :

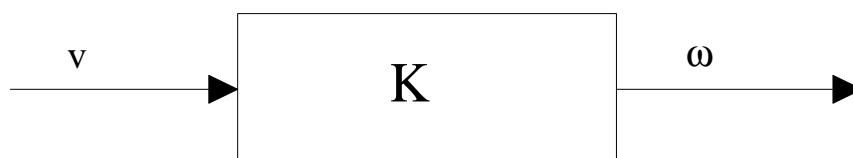


Fig.3-5: Asservissement de vitesse : gain en boucle fermée.

Exprimons maintenant la valeur de l'écart :

$$(3-6) \text{ et } (3-5) \Rightarrow \varepsilon = (v - K_2 \omega) = (v - K_1 K_2 A \varepsilon)$$

D'où :

$$\boxed{\varepsilon = \frac{v}{1 + K_1 K_2 A}} \quad (3-9)$$

La relation (3-9) met en évidence le fait que pour diminuer l'écart en régime permanent (écart statique), il faut augmenter le gain en boucle ouverte  $K_1 K_2 A$ . Nous étions arrivés à la même conclusion au chapitre précédent avec un retour unitaire, donc  $K_2 = 1$ .

Le réglage du gain de boucle s'effectuera en agissant sur la valeur de  $A$ .

Comparons maintenant le système asservi Fig : 2-4 et le système non asservi Fig 3-6 constitué de l'ampli et du moteur.

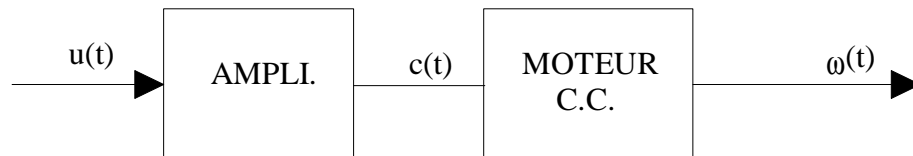


Fig.3-6: Système en boucle ouverte.

La tension en entrée est notée  $u(t)$  pour la distinguer de  $v(t)$  qui est la tension d'entrée du système asservi car, comme nous allons le montrer, elles sont différentes.

Système non asservi : pour obtenir en sortie une vitesse constante  $\omega(t) = \omega$ , il faut fournir une entrée constante  $u(t) = u$  telle que :  $\omega = A.K_1.u$

Système asservi : cherchons la valeur de  $v(t)$  permettant d'obtenir la même valeur  $\omega$  en sortie.

$$\text{En reprenant (3-8), on écrit : } \omega = \frac{K_1.A.v}{1 + K_1.K_2.A}$$

D'autre part nous venons de voir que :  $\omega = A.K_1.u$

$$\Rightarrow \omega = A.K_1.u = \frac{K_1.A.v}{1 + K_1.K_2.A}$$

$$\text{on en déduit que : } v = \frac{(1 + K_1.K_2.A)A.K_1}{K_1.A} u = (1 + K_1.K_2.A)u$$

et finalement :  $v = (1 + K_1.K_2.A)u$

Pour fournir une sortie identique, le système asservi doit être soumis à une entrée plus importante

( $1+K1.K2.A$  fois plus importante). Pour un système courant, le gain de boucle  $K1.K2.A$  possède une valeur comprise entre 30 et 50 et donc, pour une valeur identique de la sortie, l'entrée que l'on devra fournir au système asservi devra être 30 à 50 fois plus grande qu'en boucle ouverte.

Quelles sont les conséquences pratiques de ce phénomène ?

En régime permanent on retrouve bien, pour le système bouclé, une valeur de  $\varepsilon$  égale à la valeur de  $u$  en chaîne directe. En effet,  $\omega = A.K1.\varepsilon$  dans un cas et  $\omega = A.K1.u$  dans l'autre.

Pendant la phase de démarrage (régime transitoire), le fonctionnement est très différent dans les deux cas :

Système en boucle ouverte : l'ampli est soumis à une tension de commande  $u(t)$ .

Système asservi : l'ampli est soumis à une tension de commande  $\varepsilon(t) = v(t) - r(t)$  avec  $r(t)$  très faible puisque l'on démarre.  $\varepsilon(t)$  est donc quasiment égal à  $v(t)$ .  $v(t)$  étant beaucoup plus grand que  $u(t)$ , l'ensemble Ampli-moteur est sollicité de manière plus vigoureuse qu'en boucle ouverte et va réagir plus fortement : **La rapidité va augmenter.**

### 3-1-4. ETUDE GRAPHIQUE EN REGIME PERMANENT.

Faisons apparaître deux autres sous ensembles du système (Fig.3-7) :

- Le correcteur : comparateur et amplificateur (correcteur proportionnel).
- Le système non-asservi : moteur C.C. seul.

Le retour est choisi unitaire  $r(t) = \omega(t)$  en valeur algébrique, ce qui ne change rien au raisonnement.

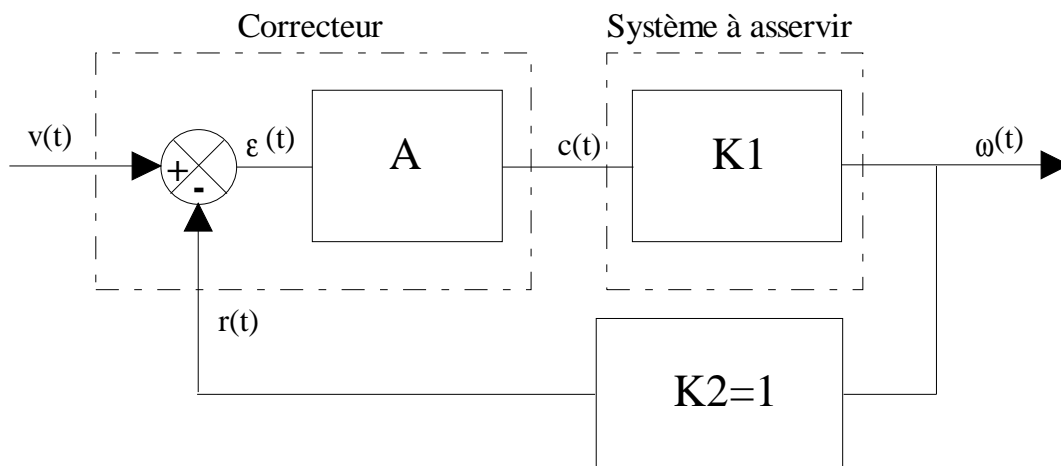


Fig.3-7 : Asservissement de vitesse en régime permanent avec retour unitaire.

Le système à asservir est un moteur C.C. dont nous connaissons la caractéristique (Voir § 1)

Nous allons représenter cette caractéristique en permutant les axes  $c(t)$  et  $\omega(t)$  en négligeant le seuil pour le moteur à vide et avec couple résistant  $C_r$ .

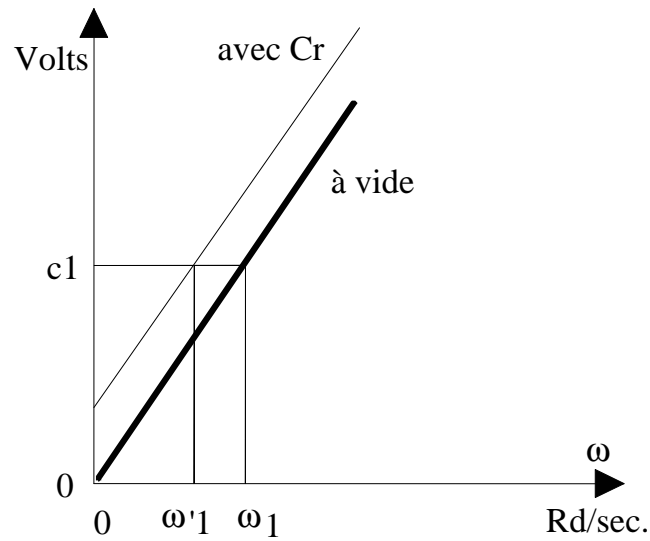


Fig.3-8 : Caractéristique inversée du moteur C.C.

La caractéristique du correcteur s'exprime simplement en fixant la valeur d'entrée à une valeur  $v_1$  et en écrivant que :

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = v_1 - r \\ c = A\varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow c = -Ar + Av_1$$

C'est une droite de pente  $-A$  passant par les points  $(0, A.v_1)$  et  $(v_1, 0)$ . Pour une entrée  $v_2$ , la caractéristique serait la droite en pointillés de même pente (figure 3-9).

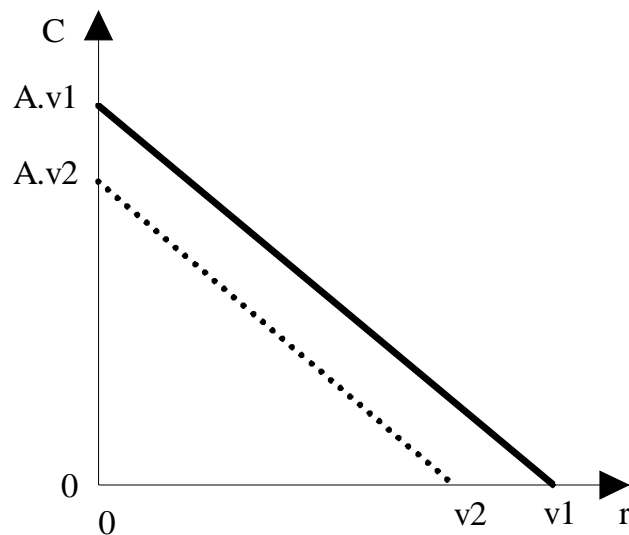


Fig.3-9 : Caractéristique du correcteur.

Considérons le système complet :

Lorsque le système est bouclé, les deux sous-ensembles fonctionnent avec  $r = \omega$ . La caractéristique du correcteur peut alors se représenter dans le même système d'axes ( $\omega$  et  $c$ ) que celle du moteur.

En les superposant, on obtient la Fig.3-10. Le point de fonctionnement de l'asservissement doit se trouver à la fois sur la caractéristique du moteur et sur celle du correcteur. C'est le point P, intersection des droites caractéristiques et seul point commun aux deux.

Graphiquement, il apparaît que :

- La consigne est le point d'intersection de la caractéristique avec l'axe horizontal.
- La vitesse  $\omega_1$  obtenue est l'abscisse du point P1.
- La commande  $c_1$  du moteur est l'ordonnée du point P1.
- L'écart statique est  $\varepsilon_1 = v_1 - r = v_1 - \omega$
- Si la valeur de la consigne varie ( $v = v_2$ ), la caractéristique du correcteur se translate et le point P1 se déplace en P2. La vitesse a varié dans le même sens que la consigne et  $\omega = \omega_2$

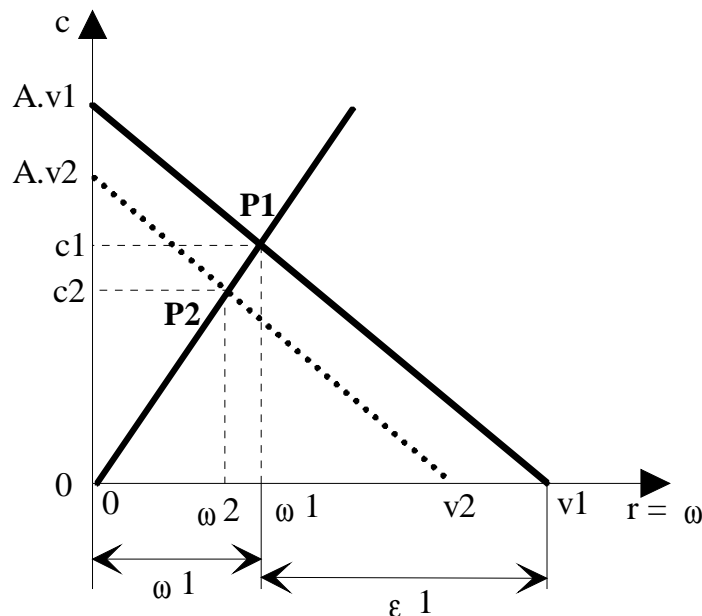


Fig.3-10 : Points de fonctionnement de l'asservissement de vitesse pour  $v = v_1$  et  $v_2$ .

Pour diminuer l'écart statique  $\varepsilon_1$ , il faut rapprocher le point  $v = v_1$  de l'abscisse  $\omega_1$  du point P1, et donc effectuer une rotation de la droite caractéristique du correcteur autour de P1 ce qui revient à augmenter le gain : A devient A'.

La vitesse  $\omega_1$  est maintenant obtenue à partir d'une consigne  $v'_1$  plus petite que  $v_1$  ce qui est normal, le gain ayant augmenté (figure 3-11).

Pour obtenir un écart statique nul, il faudrait amener le point de fonctionnement P1 à la verticale de la consigne  $v_1$  : la pente de la caractéristique du correcteur serait alors infinie ainsi que le gain A.



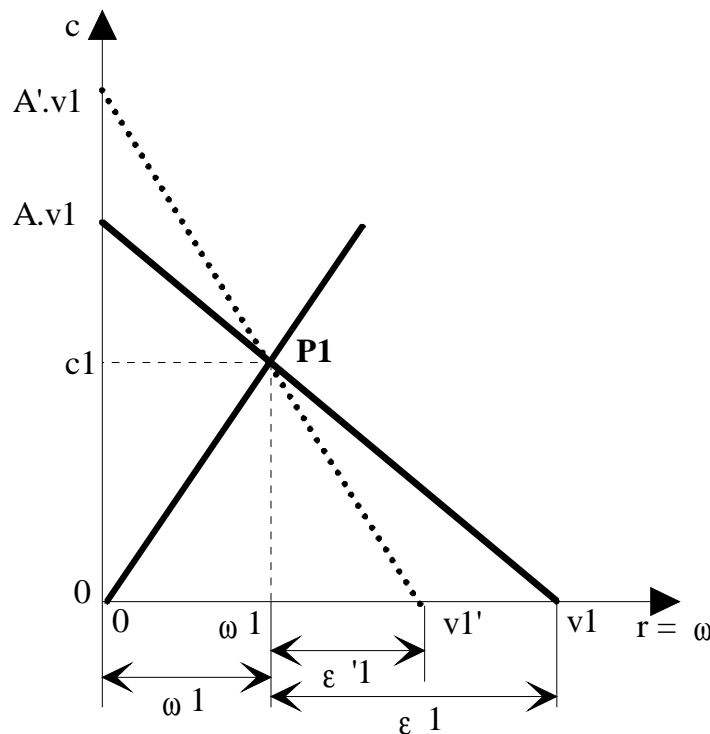


Fig.3-11 : Diminution de l'écart statique de l'asservissement de vitesse.

**REMARQUE:** On pourrait aussi penser à rendre l'écart statique nul en ayant une caractéristique du système à asservir de pente nulle (système fournissant une sortie infinie pour une entrée constante, en régime permanent, donc de gain infini). C'est exactement ce qui se passe dans le cas d'un asservissement de position, puisque à commande constante le moteur tourne à vitesse constante : la distance parcourue augmente indéfiniment au cours du temps par intégration.

Nous retrouvons une fois de plus ces mêmes résultats : Pour un asservissement de vitesse, l'écart statique ne peut pas être annulé, mais on peut le diminuer en augmentant le gain de la boucle.

### Comparaison des performances en boucle ouverte et en boucle fermée.

La caractéristique du système en boucle ouverte est représentée Fig.3-12. Une commande  $c1$  détermine une vitesse de rotation  $\omega = \omega1$  du moteur à vide. Si le couple résistant varie ( $C = Cr$ ), la vitesse varie également :  $\omega = \omega'1$ .

La caractéristique du système bouclé est représentée ci-dessous : pour une consigne  $v1$ , la vitesse obtenue est  $\omega = \omega1$  pour le moteur à vide (point de fonctionnement P1). Si le couple résistant varie ( $C = Cr$ ), le point de fonctionnement se déplace en P2 : la commande du moteur est maintenant  $c = c2$  et la vitesse est maintenant  $\omega = \omega2$  inférieure à  $\omega1$  : L'écart statique  $\epsilon1$  a augmenté  $\epsilon = \epsilon2$ .

Toutefois la vitesse obtenue en boucle fermée  $\omega2$  est plus proche de  $\omega1$  que la vitesse  $\omega'1$  obtenue en boucle ouverte pour une même perturbation :

**LE SYSTEME BOUCLE A MIEUX RESISTE A LA PERTURBATION.**

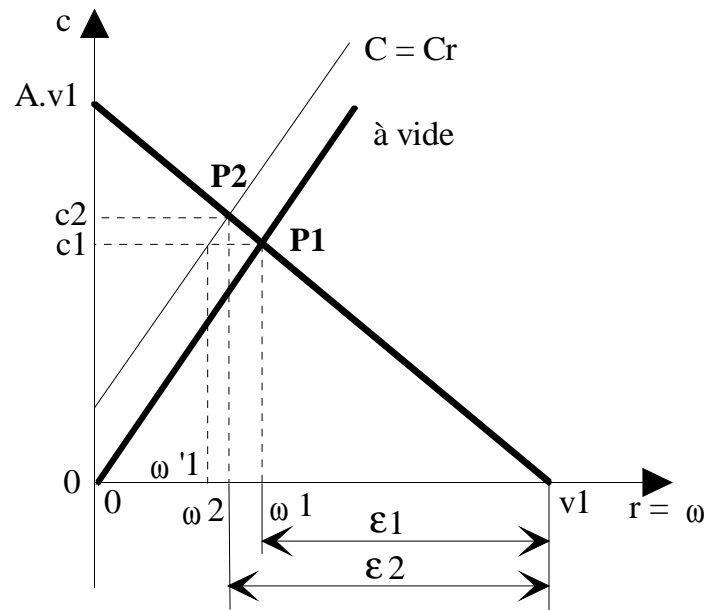


Fig.3-12 : Asservissement de vitesse soumis à une perturbation.

Pour que la variation de vitesse due à la perturbation soit la plus faible possible, il faut ramener le point P2 à la verticale du point P1, ce qui correspond encore une fois à une augmentation du gain A. Pour que la perturbation n'entraîne pas de modification de la vitesse, il faudrait que le gain de boucle soit infini.

### **3-2. L'ASSERVISSEMENT DE POSITION.**

#### **3-2-1. STRUCTURE D'UN ASSERVISSEMENT DE POSITION.**

La structure est donnée sur le schéma-bloc ci-dessous :

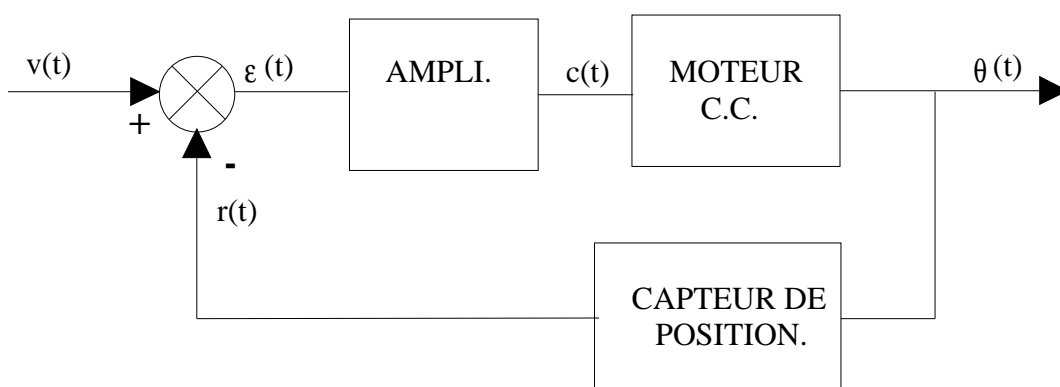


Fig.3-13 : Asservissement de position.

A première vue, il ressemble beaucoup à l'asservissement de vitesse vu précédemment, mais la fonction du capteur a changé : Il capte une position angulaire et c'est un potentiomètre circulaire par

exemple. Quant au moteur, il fabrique toujours une vitesse à partir d'un couple, cette vitesse générant un déplacement angulaire  $\theta(t)$ .

Enfin, nous allons voir que leur comportement est différent.

### 3-2-2. FONCTIONNEMENT D'UN ASSERVISSEMENT DE POSITION.

On considère un système à retour unitaire, sachant que le raisonnement s'applique au cas général.

Le système partant du repos (toutes variables nulles), on envoie une consigne de position en échelon  $v(t) = \alpha$ , de manière à obtenir en sortie la position effective  $\theta(t) = \alpha$

\* au démarrage, l'écart  $\varepsilon(t)$  est égal à  $\alpha$ . Cet écart est amplifié et le moteur est piloté. Le moteur démarre.

\* Au fur et à mesure que  $\theta(t)$  augmente, l'écart  $\varepsilon(t) = \alpha - \theta(t)$  diminue, ainsi que la commande du moteur.

Comme dans le cas de l'asservissement de vitesse, deux possibilités existent :

#### Cas 1 : La vitesse est faible (Fig.3-14).

L'évolution vers la valeur visée s'effectue régulièrement, la vitesse diminuant au fur et à mesure de l'approche, mais contrairement à un asservissement de vitesse, la position visée (consigne) est atteinte. En effet, lorsque le moteur a atteint la position angulaire correspondant à la consigne, il n'est plus piloté (le signal d'écart et donc la commande sont nuls) et s'arrête. Le signal d'écart  $\varepsilon_s$  est nul en régime permanent.

**REMARQUE :** En pratique, il est souvent nécessaire de fournir un couple moteur à l'arrêt (couple de maintien sur un bras de robot, par exemple), ce qui implique que du courant circule dans les bobinages du moteur. Ceci est réalisé par un montage à circulation de courant dans les variateurs

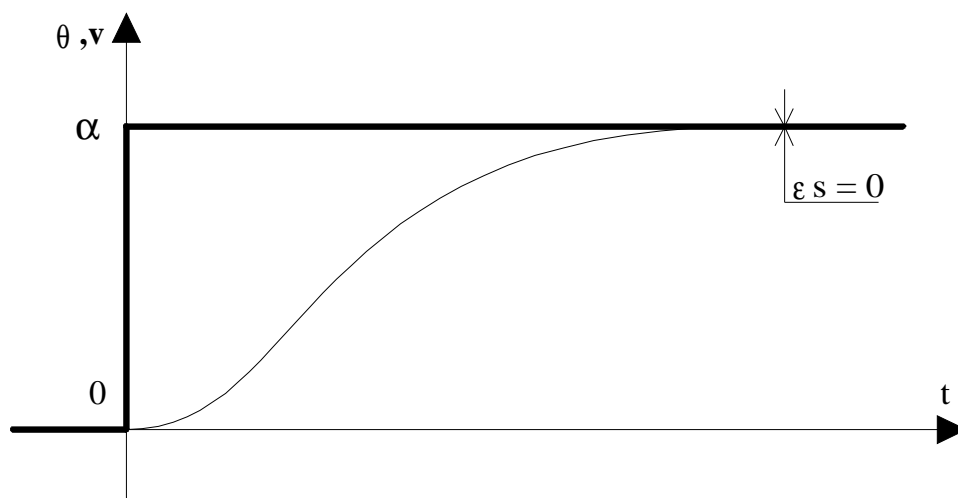


Fig.3-14 : Asservissement de position, cas 1.

Cas 2 : La vitesse est grande (Fig.3-15).

L'évolution est plus rapide, le moteur dépasse la valeur visée  $\alpha$ . L'écart devient négatif ainsi que la commande : le moteur ralentit, s'arrête, repart dans le sens inverse, repasse la valeur visée, etc.

Après un certain nombre d'oscillations, le système se positionne à la valeur visée  $\alpha$ .

DANS LES DEUX CAS :

Si, en régime permanent (position  $\alpha$  atteinte, écart nul, consigne  $\alpha$ ), on déplace par un moyen quelconque l'arbre moteur, alors le signal d'écart redevient non nul et le moteur est piloté. Si le moteur est suffisamment puissant par rapport à la perturbation, le système se recalera sur la position visée  $\alpha$ .

Le système asservi maintient sa sortie "contre vents et marées".

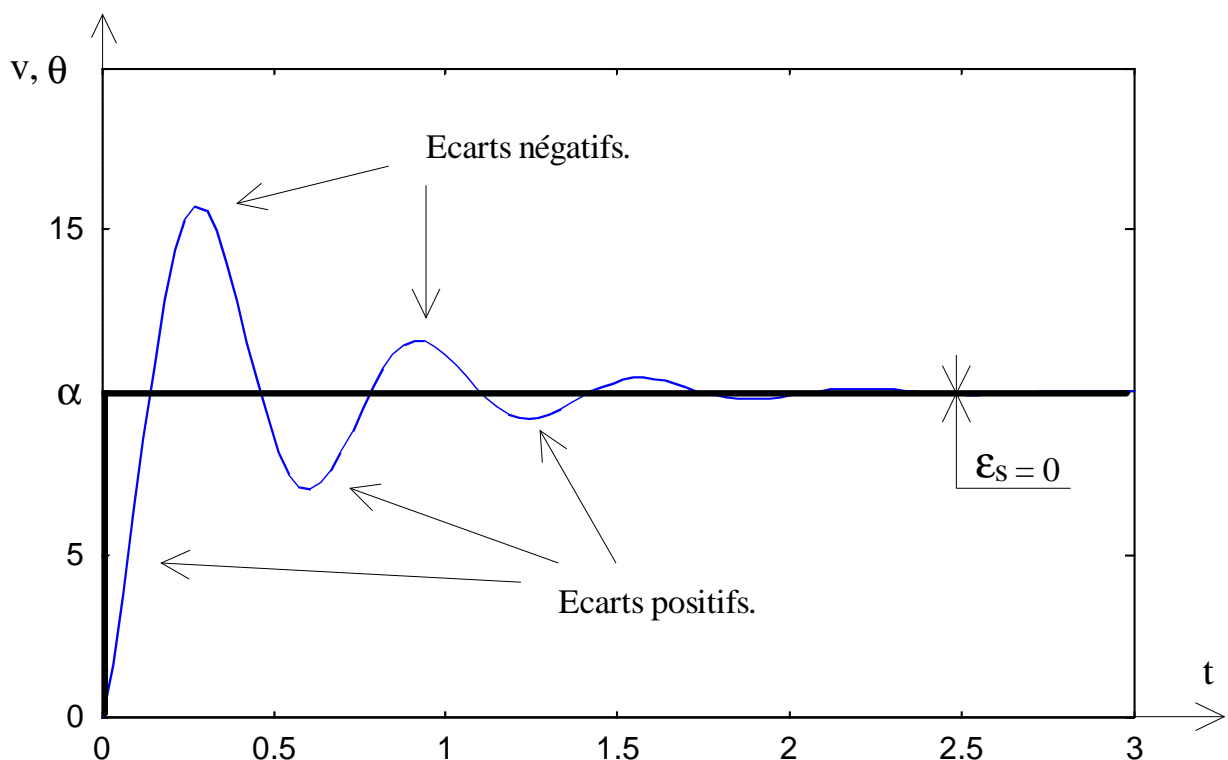


Fig.3-15 : Asservissement de position, cas 2.

En conclusion sur l'asservissement de position :

\* Un asservissement de position est, par nature, précis. Il sera inutile d'augmenter le gain de chaîne pour améliorer la précision (mais ce le sera pour d'autres raisons).

\* On peut généraliser la capacité à être précis pour tous les systèmes dont la grandeur de sortie a un rapport intégral (au sens physique de l'intégration) avec la grandeur commandée : intégration naturelle vitesse/position ou débit/volume, par exemple. C'est bien le cas pour un asservissement de position avec moteur C.C. dont la grandeur commandée est la vitesse.

### 3-2. STABILITE D'UN SYSTEME BOUCLE.

La notion de stabilité appelle certaines précisions. Nous avons vu au chapitre 2-2-3 qu'un système peut posséder un caractère oscillatoire marqué si son amortissement est très faible (fig. 2-16). Mais hormis le cas d'un système parfait à amortissement nul (totalement exclu en mécanique usuelle !), l'amplitude des oscillations va diminuer progressivement et la réponse va finir par se stabiliser. En dépit du fait que ce type de réponse soit techniquement inadmissible (la mécanique est malmenée), le système est intrinsèquement stable.

#### UN SYSTEME OSCILLANT N'EST PAS NECESSAIREMENT INSTABLE.

L'instabilité est un tout autre phénomène causé par le bouclage dans le cas des asservissements, et qui se caractérise par une tendance du système à osciller à amplitude et à fréquence constante quel que soit le signal d'entrée. C'est le POMPAGE appelé ainsi car observé sur des asservissements de débit de réservoir provoquant des oscillations de niveau de forte amplitude.

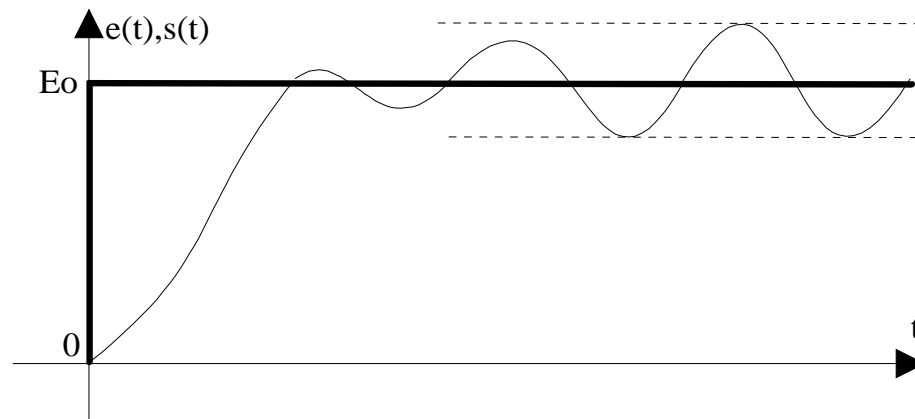


Fig. 3-16 : Pompage d'un système bouclé soumis à un échelon  $e(t) = E_o.u(t)$ .

L'instabilité est une propriété intrinsèque au système et indépendante du type d'entrée qui lui est appliquée. On peut faire un parallèle avec un personnage instable caractériel qui, quel que soit le sujet de la conversation, finira invariablement par se mettre en colère.

L'instabilité est due :

- \* à la présence d'une boucle de retour.
- \* à des retards dans la chaîne directe.
- \* à un gain de boucle élevé.

#### UN SYSTEME MECANIQUE NON-BOUCLE NE PEUT PAS ETRE SUJET AU POMPAGE.

On peut illustrer le phénomène de pompage en considérant un système en boucle ouverte de gain  $K_a$  soumis à un signal rectangulaire d'amplitude  $E_o$  et de période  $P$  entraînant un retard  $T$  de une demi-période :  $T = P/2$ .

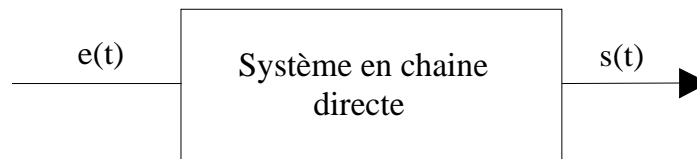


Fig. 3-17 : Système soumis à une entrée rectangulaire d'amplitude  $E_o$ .

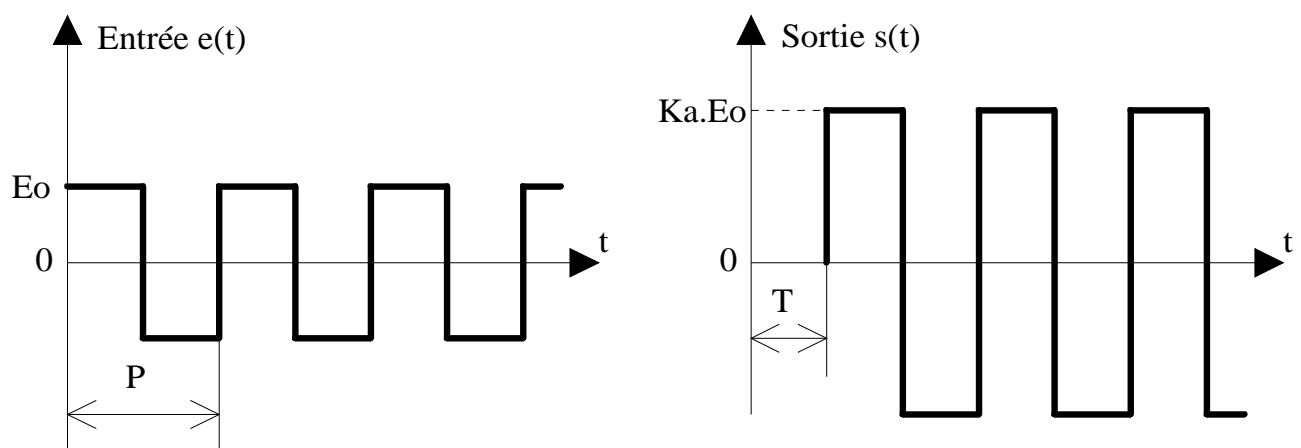


Fig. 3-18 : Système soumis à une entrée rectangulaire d'amplitude  $E_o$ .

La réponse de ce système est stable : il n'y a pas de pompage.

Bouclons ce système par un retour unitaire et soumettons-le au même signal rectangulaire  $e(t)$ .

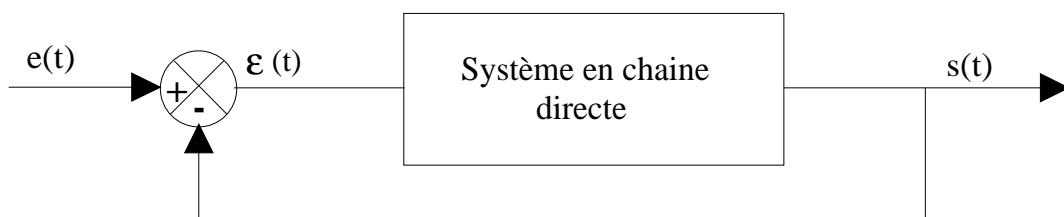


Fig. 3-19 : Système bouclé soumis à une entrée rectangulaire d'amplitude  $E_o$ .

Le système en chaîne directe est maintenant soumis à une entrée  $\varepsilon(t)$  qui est la différence entre deux signaux périodiques déphasés de  $1/2$  périodes :  $\varepsilon(t) = e(t) - s(t)$ .

Observons l'évolution des différentes grandeurs alternance par alternance.

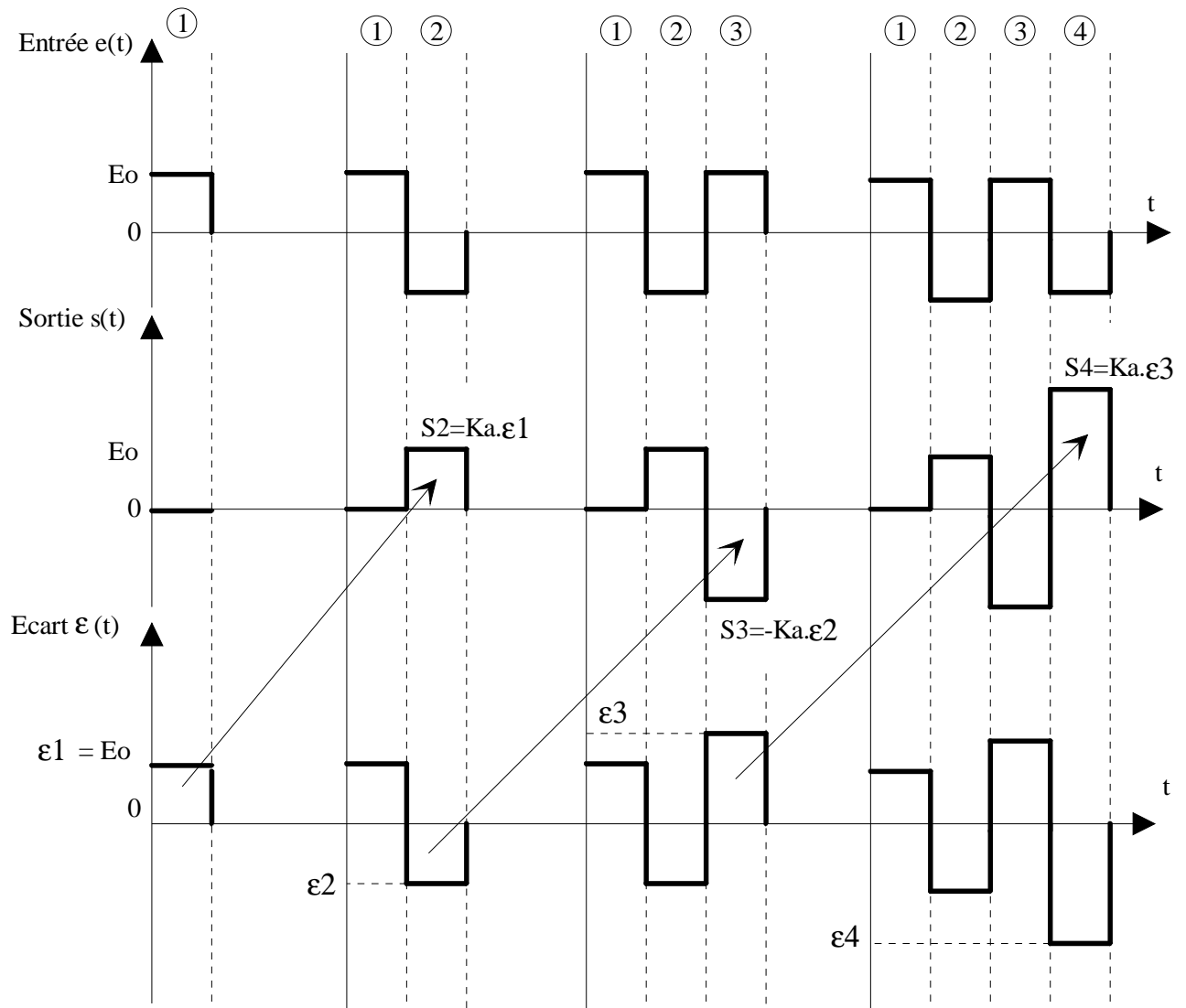


Fig. 3-20 : Pompage d'un système bouclé soumis à une entrée rectangulaire d'amplitude  $E_0$ .

Phase 1 :  $\varepsilon_1 = E_0$

Phase 2 :  $\varepsilon_2 = -E_0 - S_2 = -E_0 - K_a \cdot \varepsilon_1 = -E_0 - K_a \cdot E_0 = -E_0(1 + K_a)$

Phase 3 :  $\varepsilon_3 = E_0 - S_3 = E_0 + K_a \cdot \varepsilon_2 = E_0 + E_0(1 + K_a) \cdot K_a = E_0(1 + K_a + K_a^2)$

Phase 4 :

$\varepsilon_4 = -E_0 - S_4 = -E_0 - K_a \cdot \varepsilon_3 = -E_0 - E_0(1 + K_a + K_a^2) \cdot K_a = -E_0(1 + K_a + K_a^2 + K_a^3)$

On constate que l'écart tend en valeur absolue vers :  $E_0(1 + K_a + K_a^2 + K_a^3 + \dots + K_a^n)$

Cette suite est de la forme  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$  qui est convergente ou divergente suivant les valeurs de  $x$ .

\* si  $|x| < 1$  la suite tend vers  $\frac{1}{1-x}$

\* si  $|x| \geq 1$  la suite tend vers  $\infty$

Dans notre cas : \* Si  $|K_a| < 1$ , l'amplitude de l'écart tend vers une valeur constante.

\* Si  $|K_a| \geq 1$ , l'amplitude de l'écart augmente indéfiniment. La sortie suivant l'écart, l'amplitude du signal de sortie va également augmenter indéfiniment. En pratique, les

saturation des divers constituants vont limiter l'amplitude en sortie, ce qui explique la forme de la courbe fig. 3-16. Ceci n'empêche pas que le pompage soit inadmissible car la valeur saturée de la sortie (qui change de signe à chaque 1/2 période) est technologiquement insupportable.

On comprend maintenant que le pompage est dû au cumul de trois conditions que l'on peut énoncer dans le cas général :

- \* Le système est bouclé.
- \* La boucle introduit, à partir d'une certaine fréquence  $f_0$ , un retard de 1/2 période correspondant à un déphasage de  $-180^\circ$ .
- \* A cette fréquence  $f_0$ , le gain en boucle ouverte est supérieur à 1

La règle de stabilité (règle simplifiée quasiment toujours valable) d'un système bouclé s'énonce alors de la manière suivante : Un servomécanisme est stable si le gain en boucle ouverte est inférieur à 1 lorsque le déphasage atteint  $-180^\circ$ .

Une conclusion apparaît immédiatement : si l'on augmente suffisamment le gain d'un système déphasant de plus de  $180^\circ$  (cas général pour les servomécanismes réels), on provoque l'instabilité.

On voit que l'augmentation du gain de boucle d'un système qui est recherchée pour améliorer la précision et la rapidité sera limitée par l'apparition de l'instabilité. Ainsi, le réglage du gain sera une affaire de compromis (comme d'habitude en technologie).

### **3-3. EN RESUME.**

**UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE EST, PAR NATURE, IMPRECIS.**

**UN ASSERVISSEMENT DE POSITION EST, PAR NATURE, PRECIS.**

**POUR AMELIORER LA PRECISION, IL EST NECESSAIRE D'AUGMENTER LE GAIN.**

**POUR AMELIORER LA RAPIDITE, IL EST NECESSAIRE D'AUGMENTER LE GAIN.**

**MAIS UNE AUGMENTATION TROP IMPORTANTE DU GAIN PROVOQUE  
L'INSTABILITE...**



## Chapitre 4

# AMELIORATION DES PERFORMANCES DES SYSTEMES ASSERVIS.

*" - Quelle est la fonction de l'orifice bouché  
sur le carter de ce moteur à courant  
continu ?*

*- C'est pour la vidange."*

Entendu à l'oral du B.T.S. M.A.I

## **4-1. INFLUENCE DE LA VALEUR DU GAIN SUR LES PERFORMANCES D'UN SYSTEME ASSERVI ET REGLAGE.**

Nous avons vu au chapitre précédent que l'augmentation du gain provoquait simultanément une amélioration de la précision, une augmentation de la rapidité et un risque d'instabilité. Observons le comportement d'un asservissement de vitesse (dont nous savons qu'il est intrinsèquement imprécis) en faisant varier le gain de boucle.

### **4-1-1. INFLUENCE DU GAIN SUR LES PERFORMANCES D'UN ASSERVISSEMENT DE VITESSE.**

Reprenons l'asservissement de vitesse du chapitre précédent et observons l'évolution de la vitesse de notre système soumis à une entrée constante  $e(t) = 1\text{ Volt}$  en faisant varier le gain de l'amplificateur A. Pour simplifier, on considère que le capteur possède un gain unitaire : ceci entraîne que la sortie du système tend vers la même valeur que l'entrée ; en d'autres termes, la consigne de vitesse (entrée) aura la même valeur algébrique que la vitesse désirée (sortie). Notre consigne de 1 Volt correspond donc à une vitesse désirée de 1 rd/s.

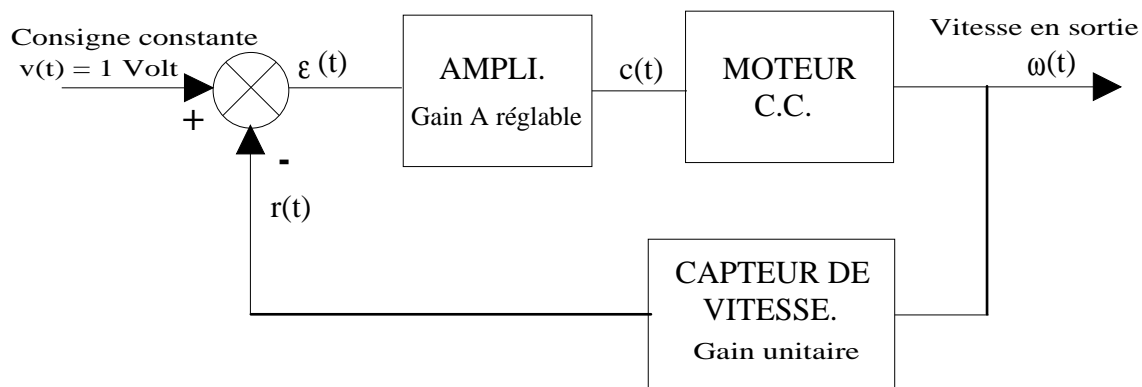


fig.: 4-1 : asservissement de vitesse.

**Cas 1 :** On règle A de telle manière que le gain de boucle global  $K=1$ . L'évolution de la vitesse est donnée fig. 4-2 : La consigne constante est représentée en trait gras et la vitesse de sortie en trait fin. On remarque que la vitesse augmente progressivement jusqu'à atteindre 0.5 rd/s. Cette valeur constante est appelée sortie en régime permanent. L'autre courbe, descendante, représente l'évolution de l'écart : l'écart final, qui est l'écart statique que nous avons défini au § 2, est égal à  $\epsilon_s = 0.5$ . Le système n'est pas précis puisqu'il n'atteint que la moitié de la vitesse désirée.

**REMARQUE:** les unités des différentes grandeurs ne sont pas les mêmes (entrée/consigne en Volts, sortie/vitesse en rd/s et écart en Volts) mais, comme nous l'avons précisé plus haut, les valeurs algébriques sont identiques. Ceci nous permet de représenter toutes les grandeurs sur le même graphique et à la même échelle. En pratique, la valeur 1 correspond à 1 Volt pour l'entrée et pour l'écart et correspond à 1 rd/s pour la sortie.

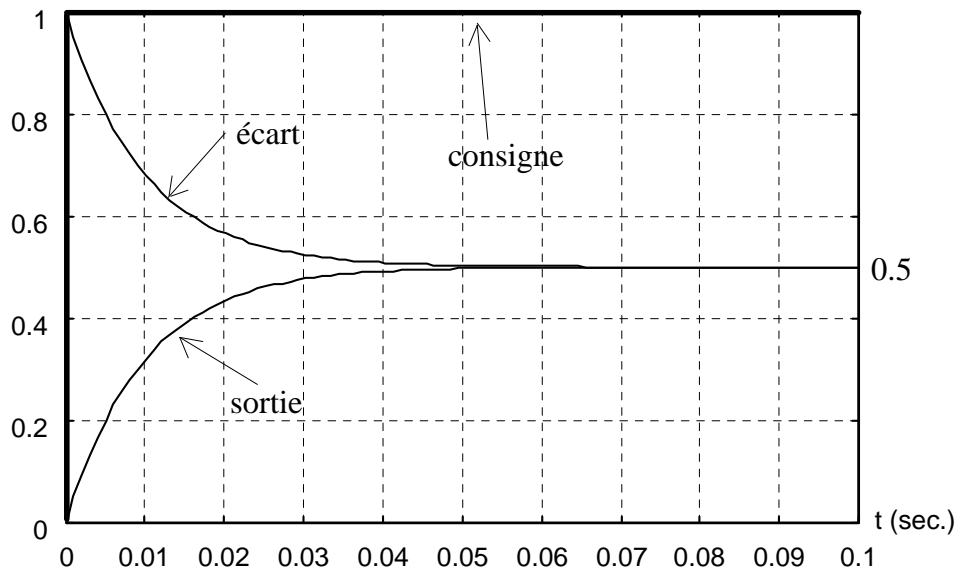


Fig. 4-2 : Réponse indicielle d'un asservissement de vitesse de gain faible.

**Cas 2 :** On règle A de telle manière que le gain de boucle global  $K=10$ . On obtient les courbes suivantes : La vitesse augmente progressivement jusqu'à atteindre 0.9 rd/s. L'écart statique est  $\epsilon_s = 0.5$ . Le système est plus précis que dans le cas 1 car il atteint 90% de la vitesse désirée. Toutefois, ce n'est pas encore suffisant pour parler de système précis.

D'autre part, on observe que la montée de la vitesse est plus rapide que dans le cas précédent : la vitesse de 0.5 rd/s est atteinte en moins de 1ms alors qu'il fallait entre 5 et 6 ms avec un gain  $K = 1$

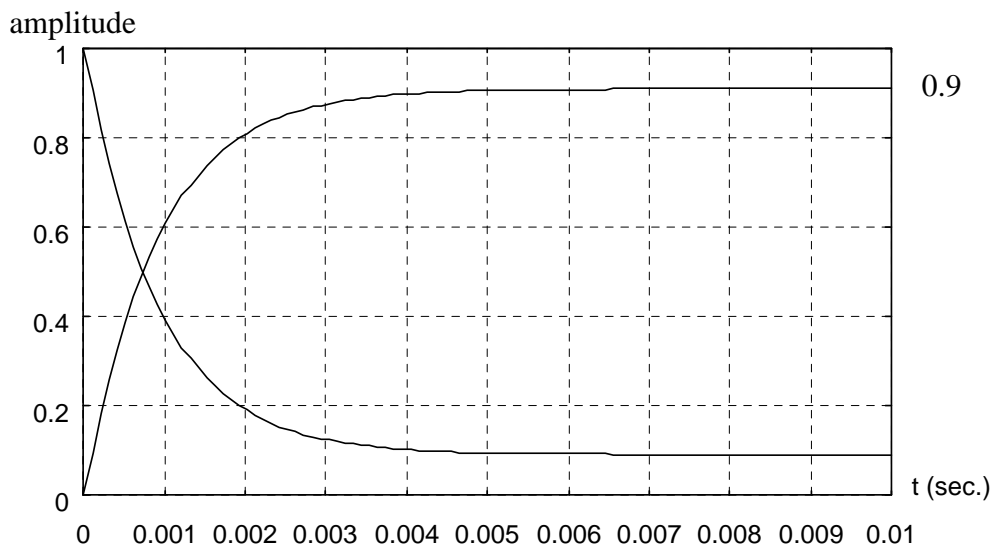


Fig. 4-3 : Réponse indicielle d'un asservissement de vitesse de gain moyen.

**Cas 3 :** On règle A de telle manière que le gain de boucle global  $K=50$ . On obtient les courbes représentées figure 4-4 : La vitesse augmente progressivement jusqu'à atteindre 0.98 rd/s. L'écart statique est  $\epsilon_s = 0.02$ . Le système est plus précis que dans les cas 1 et 2 car il atteint 98% de la

vitesse désirée. Strictement parlant, le système n'est pas précis (aucun asservissement de vitesse ne peut l'être sans des dispositions complémentaires) mais si l'écart obtenu est suffisamment faible par rapport aux exigences du cahier des charges de l'asservissement, on le considèrera comme précis.

On pourrait continuer à augmenter le gain en boucle ouverte pour améliorer encore la précision mais sans jamais la rendre absolue (en d'autres termes, une erreur statique nulle implique un gain infini). Cette augmentation de gain se heurterait d'ailleurs rapidement à des limites. D'un point de vue technologique, il est inutile de rechercher une précision de 0.01 si une précision de 0.02 est suffisante car l'accroissement de la performance aura un coût inévitable.

On observe encore une amélioration de la montée de la vitesse qui est plus rapide que dans le cas précédent.

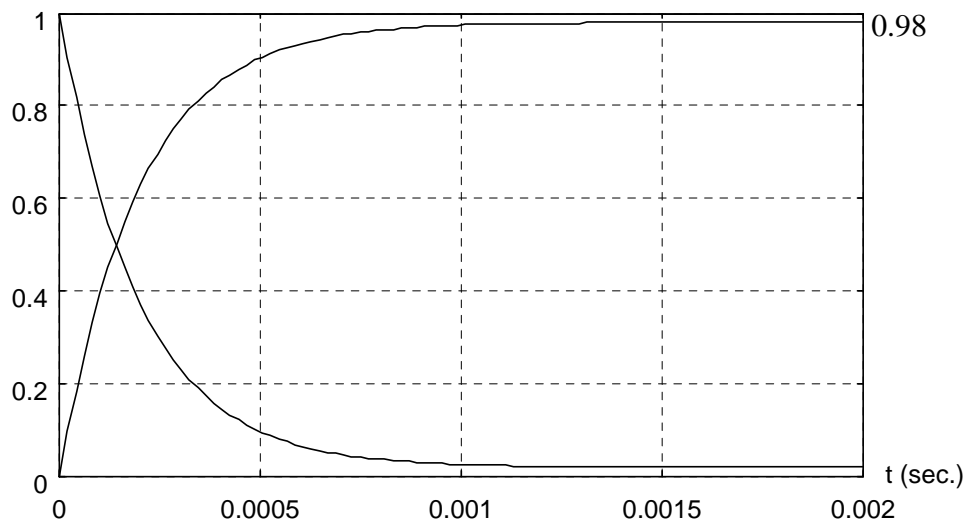


Fig. 4-4 : Réponse indicielle d'un asservissement de vitesse de gain fort.

#### 4-1-2. REGLAGE DU GAIN : CORRECTEUR PROPORTIONNEL.

**Moyens :** la méthode utilisée pour permettre un réglage aisé du gain consiste à implanter en aval du comparateur un correcteur appelé correcteur proportionnel qui est un amplificateur à gain réglable.

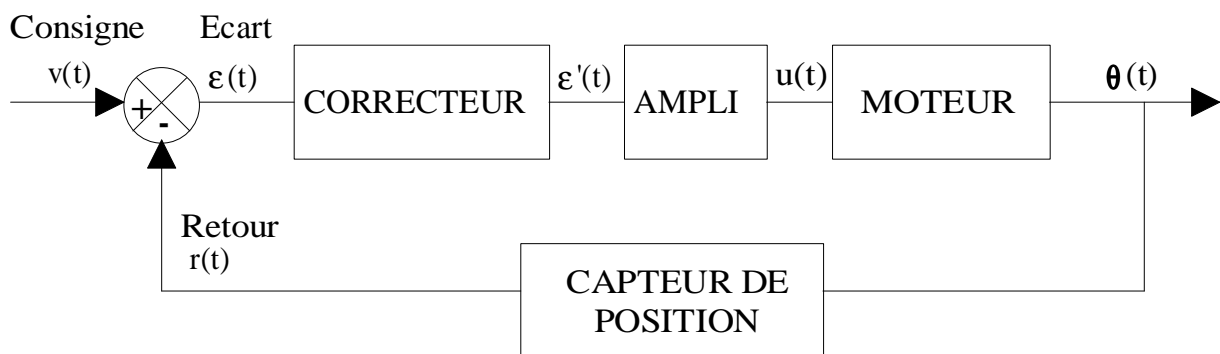


Fig. 4-5 : Boucle d'asservissement avec correcteur proportionnel agissant sur le signal d'écart.

### Méthode :

Nous avons visualisé les modifications de performances correspondant à une augmentation du gain et nous avons retrouvé les résultats déjà énoncés, à savoir qu'une augmentation du gain provoque simultanément une augmentation de la rapidité et de la précision. D'autre part, nous avons montré au chapitre précédent qu'une augmentation trop importante du gain provoquait la mise en instabilité d'un système asservi. Le réglage du gain va donc consister à augmenter au maximum la valeur de ce dernier (par réglage du correcteur proportionnel) sans provoquer l'instabilité. D'une manière pratique, il sera prudent de prendre une marge de sécurité, appelée marge de gain, de telle manière qu'une modification des paramètres du système (frottements, perturbations, etc..) ne provoque pas l'instabilité. Le calcul du gain de réglage s'effectue préalablement par des méthodes qui sortent du cadre de ce cours, puis un réglage final est généralement effectué sur le site.

### Limitations.

Parfois, le réglage du gain ne permet pas l'obtention des performances désirées (rapidité et/ou précision) sans que le système ne devienne instable. On est alors amené à prendre d'autres dispositions :

- \* soit ajouter un correcteur ou compensateur dans la boucle d'asservissement. Ce correcteur peut être installé en divers endroits de la boucle pour intervenir sur tel ou tel signal : signal de retour, signal d'écart, signal de consigne, signal de perturbation, etc. (de manière générale, un correcteur agit sur un signal basse puissance).

- \* soit modifier la structure de l'asservissement, en particulier en ajoutant une boucle secondaire. La solution la plus rencontrée en commande d'axe consiste à retourner la grandeur dérivée de la grandeur commandée : ajouter une boucle de retour en vitesse (retour tachymétrique) dans une boucle d'asservissement en position et/ou une boucle de retour en accélération dans une boucle d'asservissement en vitesse.

Les principaux types de correcteurs que l'on peut actuellement rencontrer sont :

- \* correcteur proportionnel P (revient à un réglage du gain et ne permet pas la résolution du dilemme stabilité/précision : voir chapitre précédent)
- \* correcteur dérivé D (associé au précédent : PD)
- \* correcteur intégral I (même remarque : PI)
- \* correcteur PID (association des trois précédents très employée)
- \* correcteur obtenu par une autre association des précédents :  $PD^2$  par exemple.
- \* prédictif de Smith PIR
- \* régulateur à modèle interne IMC
- \* régulateur prédictif DMC, GPC
- \* régulateur flou.

Nous nous intéresserons aux cas les plus classiques : correcteurs Dérivé, Intégral et PID agissant sur le signal d'écart et donc implantés après le comparateur. La structure correspondante de la boucle est identique à celle de la figure 4-5.

## 4-2. CORRECTEUR DERIVE OU A AVANCE DE PHASE.

### 4-2-1. APPROCHE INTUITIVE DE LA CORRECTION DERIVEE :

Dans une boucle classique d'asservissement, la commande de l'actionneur est proportionnelle à l'écart  $Sc(t) = Kp.\varepsilon(t)$ . En valeur absolue, la commande sera d'autant plus importante que l'écart sera grand et pour un écart donné, la commande sera toujours la même. Or, la manière dont l'écart évolue est un paramètre important qui n'est pas pris en compte.

Illustrons ceci par un exemple : soit une régulation de température dans une étuve. La consigne est réglée sur  $60^\circ$  et la température mesurée est de  $40^\circ$ , ce qui génère un écart de  $20^\circ$ . Envisageons trois cas (voir fig. 9-2a et 9-2.b) : Au moment  $t_0$ ,

- a) La température augmente très rapidement (l'écart diminue).
- b) La température est sensiblement constante (l'écart est constant)
- c) La température diminue très rapidement (l'écart augmente).

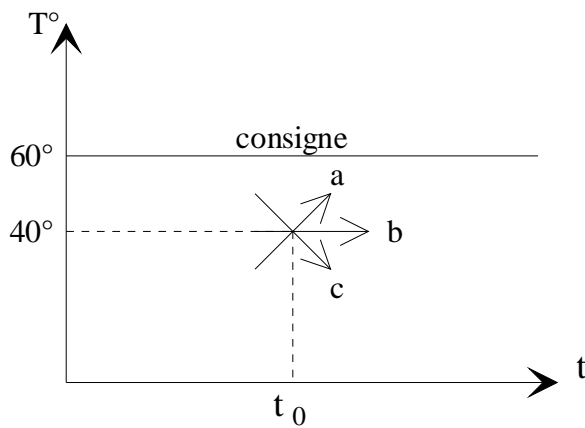


Fig. 4-6.a : évolution de la température.

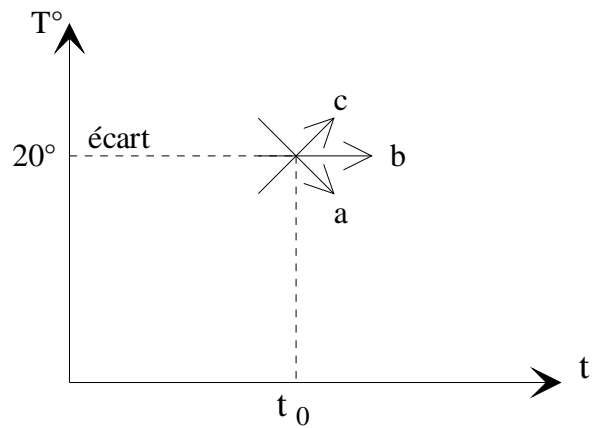


Fig. 4-6b : évolution de l'écart.

On conçoit aisément que, pour ce même écart de  $20^\circ$ , la commande devrait être différente dans les trois cas : Il faudrait chauffer moins fort dans le premier cas, "normalement" dans le second et plus fort dans le troisième. En termes de régulation, ceci reviendrait à ajouter à la commande une contribution négative dans le premier cas, nulle dans le second et positive dans le troisième. Il existe une manière simple de réaliser cette amélioration, consistant à utiliser la dérivée de l'écart qui est négative dans le premier cas, nulle dans le second et positive dans le troisième. Cette dérivée sera mesurée puis multipliée par un facteur réglable  $K_d$  puis additionnée au signal d'écart (lui-même multiplié par un gain  $K_p$  appelé gain proportionnel) pour donner le signal d'écart corrigé :

$$\varepsilon'(t) = Kp.\varepsilon(t) + K_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \varepsilon_p(t) + \varepsilon_d(t) \quad (4-1)$$

Ce signal est la somme d'une contribution proportionnelle  $\varepsilon_p$  et d'une contribution dérivée  $\varepsilon_d$ . La structure de la boucle avec correcteur dérivé est donnée fig. 4-7.

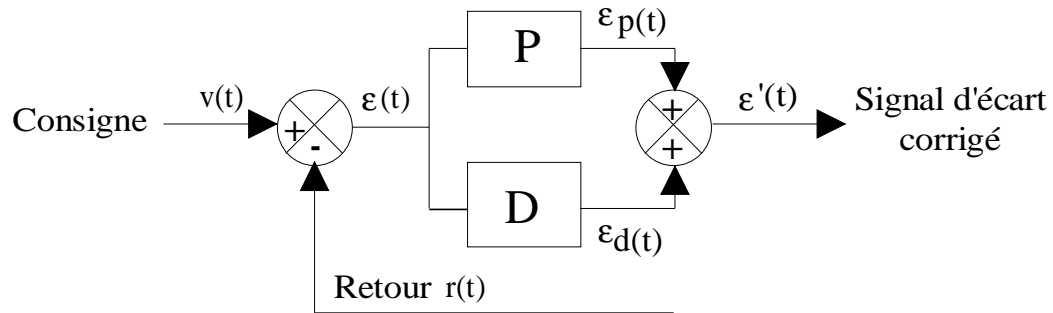


Fig. 4-7 : Structure de la boucle avec correcteur dérivé.

On peut prévoir empiriquement les conséquences de cette modification :

- \* Dans le cas c, on chauffera plus fort donc on atteindra la consigne plus vite : la rapidité a augmenté.
- \* Lorsque l'on approche rapidement de la valeur visée, le terme dérivé va diminuer la commande et ainsi réaliser une sorte d'amortissement : la stabilité a augmenté.
- \* Lorsque la consigne est atteinte et la température stabilisée, l'influence dérivée est nulle : La correction dérivée est sans effet sur la précision.

**REMARQUE 1 :** A l'approche de la valeur visée, et si la contribution dérivée est suffisante, le système cessera de chauffer AVANT d'avoir atteint la consigne qui le sera par inertie : c'est en ce sens que l'on parle de correction par anticipation (ce qu'il ne faut pas confondre avec un régulateur prédictif)

**REMARQUE 2 :** Le terme dérivé ne peut être utilisé seul : en effet, lorsque l'écart est constant le terme dérivé est nul ce qui conduirait à une commande nulle dans le cas b par exemple.

**REMARQUE 3 :** Lorsque l'on soumet le système à la consigne qui est un échelon en général, l'écart varie brutalement : sa dérivée devient infinie ainsi que la contribution dérivée  $\epsilon_d$ . En pratique, on utilisera une commande différente de (9-1) qui filtrera le signal et limitera la contribution dérivée. (Voir § 9-2-2)

Beaucoup de situations de la vie courante font appel à une "correction dérivée" :

- L'automobiliste qui désire se maintenir à distance de sécurité avec le véhicule précédent sur la route doit réaliser une régulation de sa vitesse. Il évalue l'écart entre les véhicules et la variation de cet écart : S'il rattrape le véhicule précédent, le conducteur avisé tiendra compte de la vitesse à laquelle il se rapproche (variation de l'écart) afin de ralentir avant d'avoir atteint la distance de sécurité. Le nombre important de garages "tôlerie-peinture" montre toutefois que ce type de régulation (celle du conducteur) laisse souvent à désirer, ce qui nous éloigne de notre propos.
- Le pilote d'un gros bateau à moteur qui accoste un quai doit évaluer en permanence l'écart de position entre l'avant du bateau et le quai ainsi que la vitesse à laquelle évolue cet écart. Ceci va l'amener à couper les gaz, voire à faire marche arrière AVANT d'atteindre le quai. Ce type de régulation étant très délicat (état de la mer, vent, courant, oscillations du bateau), on utilise des "défenses" souvent constituées de pneus servant à amortir les chocs éventuels lors de l'abordage. Cette solution se retrouve en technologie mécanique (amortisseurs réglables ou non en fin de course d'un mobile).

#### 4-2-2 INFLUENCE DE LA CORRECTION DERIVEE SUR LES PERFORMANCES :

##### Avantages:

- \* Le correcteur dérivé provoque une augmentation notable de la bande passante du système en BF qui se traduit par une augmentation de la rapidité.
- \* Il augmente également la marge de gain : la correction dérivée améliore la stabilité.

##### Inconvénients:

- \* peut provoquer un pic important lors des changements brutaux de consigne.
- \* La différenciation d'un signal augmente le bruit de fond.

On peut s'en convaincre en comparant un signal bruité et le signal dérivé fig. 4-8. Cette augmentation des bruits de fond est la principale limitation de la correction dérivée.

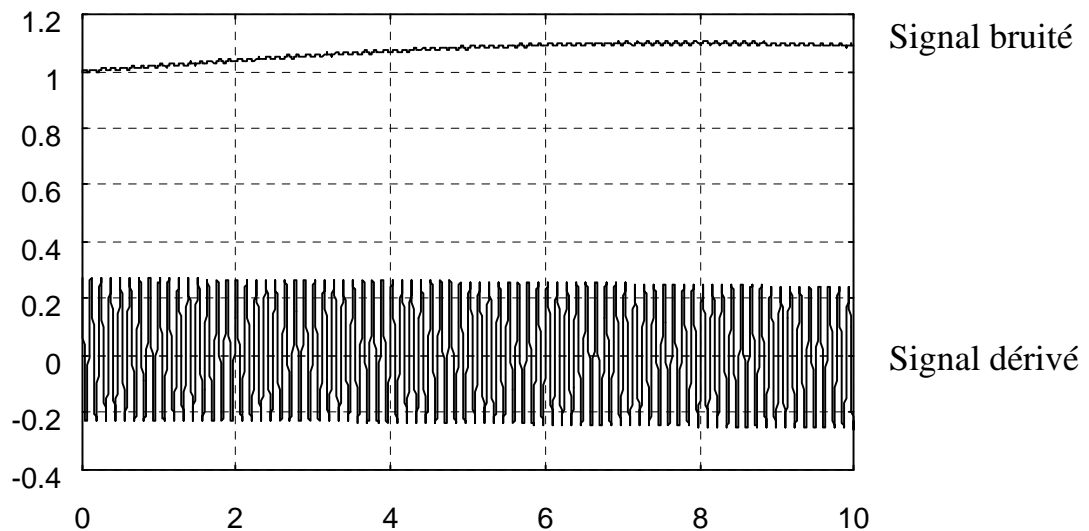


Fig. 4-8 Augmentation des bruits de fond par dérivation.

##### Particularités:

- \* Aucun effet sur la précision.
- \* Toujours couplé à un correcteur proportionnel car le signal dérivé est nul en régime permanent à mesure constante.
- \* nécessité de filtrage dans certains cas (correcteur numérique).
- \* Ne peut pas stabiliser un système très instable.
- \* Ne peut pas compenser les retards importants. Ce type de comportement se rencontre en régulation (fours, étuves etc.).



### 4-3. CORRECTEUR INTEGRAL OU A RETARD DE PHASE.

#### 4-3-1. APPROCHE INTUITIVE DE LA CORRECTION INTEGRALE :

Intéressons-nous cette fois ci à un asservissement de vitesse : nous avons montré que cet asservissement était intrinsèquement imprécis. Il est possible de diminuer l'écart statique en augmentant le gain de l'ampli mais on est limité par l'apparition de l'instabilité. Nous savons d'autre part qu'il est nécessaire de conserver un écart  $\varepsilon(t)$  non nul en régime permanent pour assurer la commande  $Sc(t)$  du moteur

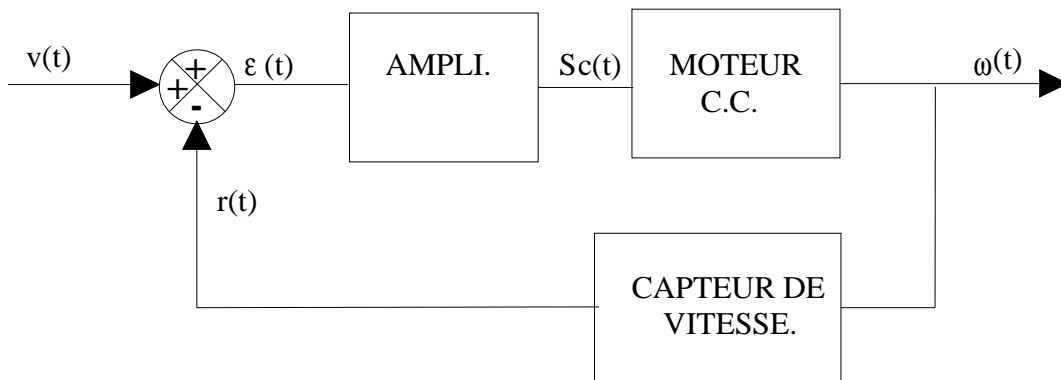


Fig. 4-9 Asservissement de vitesse.

Une première idée consiste à ajouter une contribution de valeur constante à l'écart, contribution qui permettrait d'entretenir la rotation du moteur alors même que la vitesse visée est atteinte et que l'écart est nul. L'inconvénient de cette solution réside dans le fait qu'il faut modifier la valeur de cette contribution à chaque fois que l'on change la consigne : en effet, l'écart en régime permanent dépend de la vitesse visée et n'est donc pas constant a priori. Malgré tout, cette solution est souvent utilisée (parfois en complément à d'autres types de corrections) dans le cadre de régulations : la contribution constante est réglable et s'appelle "offset", "intégrale manuelle" ou "centrage de bande".

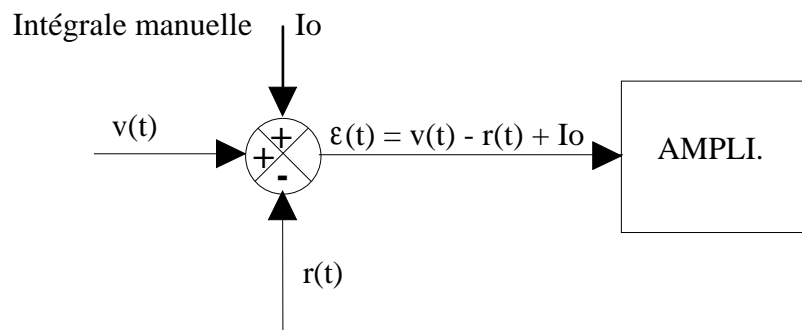


Fig. 4-10 Régulation avec intégrale manuelle.

Une seconde idée consiste à ajouter une contribution correspondant à l'intégrale de l'écart : en régime permanent, l'écart est à peu près constant et son intégrale augmente linéairement avec le temps. Cette contribution, très progressive, permet une augmentation de l'écart corrigé, qui va provoquer une augmentation de la commande jusqu'à ce que l'écart soit nul (consigne atteinte). Dès que l'écart est nul, la contribution reste constante car elle intègre un signal nul.

$$\text{L'écart corrigé est : } \varepsilon'(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{K_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt = \varepsilon_p(t) + \varepsilon_i(t) \quad (4-2)$$

Ce signal est la somme d'une contribution proportionnelle  $\varepsilon_p$  et d'une contribution intégrale  $\varepsilon_i$ . Le coefficient  $K_i$  d'action intégrale, apparaît au dénominateur.

La structure correspondante est la suivante :

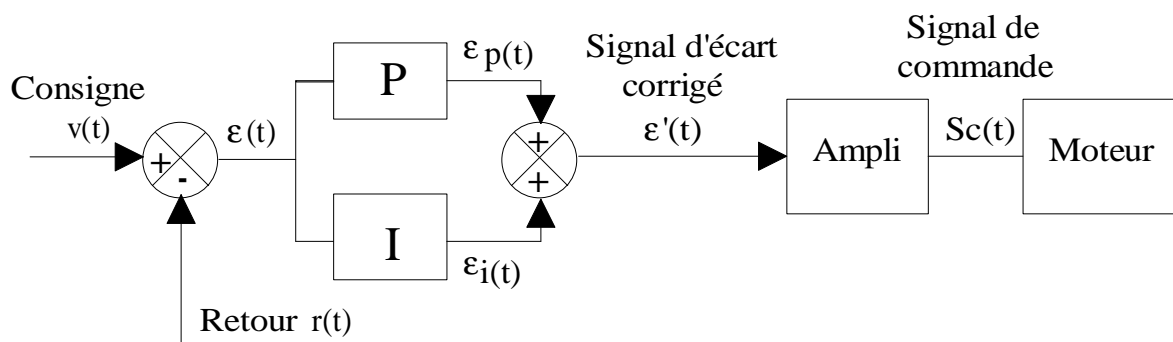


Fig. 4-11 : Structure de la boucle avec correcteur intégral.

On peut prévoir empiriquement les effets de cette modification (Voir fig. 4-12) :

Plaçons-nous en régime permanent, correcteur intégral désactivé. La consigne de vitesse étant  $\Omega_c$ , il existe un écart  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$  constant permettant la commande du moteur à la vitesse  $\Omega_m(t)$ . Dès la mise en action du correcteur intégral, ce dernier va accumuler l'écart par intégration. Le signal de commande  $Sc(t)$  va progressivement augmenter, la vitesse du moteur également, l'écart diminuant (on se rapproche de la vitesse visée). Le correcteur proportionnel fournit un signal  $\varepsilon_p(t)$  de plus en plus faible alors que la contribution du correcteur intégral  $\varepsilon_i(t)$  augmente progressivement. Au bout d'un certain temps, la vitesse  $\Omega_m(t)$  atteinte par le moteur est égale à la consigne  $\Omega_c$  et l'écart  $\varepsilon(t)$  s'annule avec les conséquences suivantes :

- \* La contribution proportionnelle  $\varepsilon_p(t)$  est nulle.
- \* La contribution intégrale  $\varepsilon_i(t)$  est constante (elle a "méorisé" la valeur atteinte et accumule maintenant une valeur nulle : elle n'augmente plus).

L'intégrateur a fourni au système le signal de commande permanent nécessaire à l'entretien de la vitesse du moteur lorsque la consigne est atteinte (écart nul).

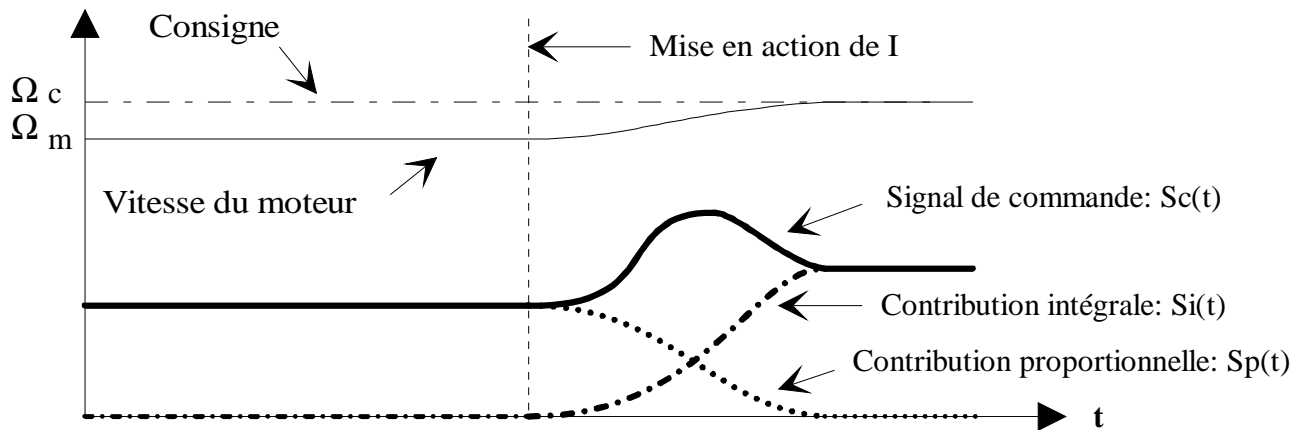


Fig. 4-12 : Effets de la correction intégrale.

Les performances que l'on peut prévoir sont les suivantes :

- \* La précision est augmentée.
- \* Le processus d'intégration, lent, sera sensible en régime permanent. Par contre, en régime transitoire le correcteur n'aura pas le temps d'agir : il n'y aura probablement pas d'amélioration de la rapidité.

#### 4-3-2. INFLUENCE DE LA CORRECTION PAR RETARD DE PHASE SUR LES PERFORMANCES.

##### Avantages:

- \* le correcteur intégral améliore de manière importante la précision statique mais aussi la précision dynamique.
- \* Il a tendance, de manière opposée au correcteur dérivé, à diminuer les bruits de fond.

##### Inconvénients:

- \* la correction intégrale provoque une diminution de la bande passante et donc une baisse de la rapidité.
- \* Elle a tendance à déstabiliser le système par le déphasage nocif qu'elle induit dans la zone critique.

##### Particularités:

- \* La correction intégrale ne peut pas s'appliquer à un système très instable ou oscillant.
- \* La correction intégrale d'un système à très grande constante de temps dominante (on atteint plusieurs heures en régulation industrielle) ne peut se faire que par une réalisation numérique : algorithme intégrateur.
- \* Le correcteur intégral (comme le dérivé) est toujours couplé à un correcteur proportionnel car ses réactions sont trop lentes en régime transitoire.
- \* Le problème du réglage d'un correcteur intégral n'est pas sans rappeler celui du correcteur dérivé : on est conduit à limiter la valeur des coefficients (et donc de l'amélioration des performances) au strict nécessaire : dans l'un des cas, pour éviter une trop grande augmentation des bruits de fond et dans l'autre, pour éviter les trop grandes constantes de temps difficiles à réaliser par réseaux électriques.